رسالہ مساحت

جان ہنٹر صاحب کے انگریزی رسالہ مساحت کا



اُردو ترجمہ

منشی محمد ذکاء اللہ پروفیسر ورنیکولر سائنس اینڈ لٹریچر

میور کالج الہ آباد کا کیا ہوا

تیسری دفعہ صحیح ہو کر

مطبع مرتضوی دہلی میں باہتمام حاجی محمد عزیز الدین مطبوع ہوا

بسم اللہ الرحمن الرحیم

فصل اول

تمہید

(۱) علم مساحت وہ علم ہے جسمین خط و سطح و جسم کی پیمالیش کا حساب اعداد مین کیا جاوے

اس علم مین دو بڑے باب ہین ایک مساحت سطوح کا دوسرا مساحت اجسام کا

اب ہم چند اصطلاحات اس علم کی بیان کرتے ہین اونکے معنی اور مطلب پر طالب علم خوب دل لگائین سمجھو کہ جو چیز تمہاری نظرون کے سامنے آتی ہے اوسمین ضرور تین باتین ہوتی ہین اول طول یعنی لنباو دوسرا عرض یعنی چوڑاؤ اور تیسرا سمک یعنی گہراؤ یا اونچاؤ

پس جس چیز مین یہہ تینون باتین ہوتی ہین اوسکو اس علم کی اصطلاح مین جسم کہتے ہین شہتیر اور سل اور صندوق مین سے ہر ایک جسم ہے اور لنباؤ اور چوڑاؤ اور گہراؤ یا انچاؤ کو یعنی طول اور عرض اور سمک کو امتداد ثلاثہ کہتے ہین اور ہر ایک کو جدا جدا امتداد واحد اب ان تین مین سے جب ایک کم ہو جاوے مثلاً سمک نہ رہے فقط طول اور عرض رہے تو جو جگہہ طول و عرض سے گہرے جیسے کہیت یا فرش یا صحن مکان کا تو اوسکا نام اس علم مین سطح رکہا گیا ہے اب اس سطح کی دو امتداد مین سے یعنی طول اور عرض مین سے ایک کم ہو جاوے یعنی فقط طول رہجائے تو اوسکو خط کہتے ہین اور جہان یہہ امتداد ختم ہوا اوسے نقطہ کہتے ہین غرض خط فقط ایک امتداد یعنی طول کو کہتے ہین اور جو جگہہ طول و عرض یعنی دو امتداد سے گہرتی ہے اوسے سطح کہتے ہین اور جو جگہہ امتداد ثلاثہ یعنی طول اور عرض و سمک سے گہرتی ہے

اوسے جسم کہتے ہین

اکثر طالب علم ابتدا مین ان اصطلاحون کے مطالب سمجھنے مین الجھتے ہین وہ اس طرح باسانی سمجھہ سکتے ہین
کہ صندوق کو دیکھین کہ جسمین امتداد ثلاثہ طول و عرض و عمق پائے جاتے ہین اسلئے وہ جسم ہی اور وہ چیز
جو اوس صندوق کو سب اطراف سے گھیرے ہوئے ہی اور اوسمین دل نہین ہی اور فقط طول و عرض
ہی ہو وہ سطح ہے یعنی جسم سطحون سے گھرا ہے اور اوسکی اطراف مین سطوح ہین
اب اس سطح کو دیکھو کہ وہ طول و عرض سے گھری ہی اور اوسمین سے فقط ایک امتداد یعنی لنبائی یا چوڑائی
کا نام خط ہی اور جہان یہہ خط ختم ہو وہان نقطہ ہی اور اب ان خط و سطح وغیرہ کی تصویر بنانیکا اور نقش کھینچنے کا
طریقہ بتلایا جاتا ہے

(۲) شکل ذیل سطح ہے کہ وہ خطوں سے گھری ہے اور اوسمین دل نہین ہی اور خطوط مین طول ہے عرض
اور دل نہین



خط سطح کے عرض کو تعبیر کر سکتا ہی مگر وہ خود عرض نہین رکھتا ہے
دو نقطون کے درمیان جو سب سے چھوٹا خط ہو اوسکو خط مستقیم کہتے ہین جیسا اب یا ب ا اور ا د یا د ا ہے

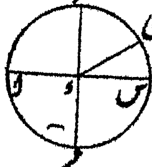
(۳) خط منحنی مثلاً ا س وہ ہی جسکا کوئی حصہ خط مستقیم نہ ہو



خطوط منحنی مین سب سے زیادہ مشہور دائرہ کا محیط ہے
اس دائرہ کے بنانے کی دو ترکیبین ہین ایک تو سب جانتے ہین کہ وہ پرکار سے کھچتا ہے خط
پرکاری اوسکا نام ہی ہے دوسری ترکیب اوسکے کھینچنے کی یہہ ہے کہ ایک دوڑ کے سر کو ایک نقطہ پر
مضبوط باندہ کر دوسرے سر کو چکر ایسا دین کہ جہان سے وہ متحرک ہو وہین نشان کرتا ہوا پھر آجائے

تو سطح دائرہ بنجائیگا

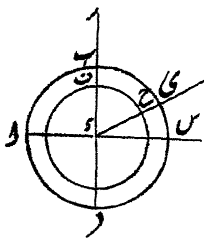
اس نقطہ کو جو بیچ مین ہے مرکز کہتے ہین اور وہ خط جو کھنچا ہی اور دائرہ کو محدود کرتا ہے محیط کہلاتا ہے



اس شکل مین اب ی س دائرہ کا محیط ہی اور د اسکا مرکز ہے اس
مرکز سے جتنے خطوط د ا اور د ب اور د ی محیط تک کھینچے جائین

نصف قطر کہلاتے ہیں اور زاویے جو دو ایک سے خطوط مقابل ایک دوسرے کے ہوں وہ کہتے ہیں
قطر ہیں اور محیط پر پہنچی ہوئی ہوتی ہیں جیسے ا س ، ر ب ، د توانکو قطر دائرہ کہتے ہیں تا کہ قطر دائرہ کو دو برابر
حصوں میں تقسیم کرتا ہے اور ان حصوں میں سے ہر ایک حصہ کو نصف دائرہ کہتے ہیں

(۴) محیط کے کسی حصہ مثلاً ا ب یا ب ی کو قوس دائرہ کہتے ہیں قوس انکے کل محیط سے جو نسبت رکھتے ہیں
اوسکو مقیاس اوس کشادگی کا کہتے ہیں جو درمیان اون دو خطوط مستقیم کے واقع ہو کہ مرکز اور قوس کے
طرفوں میں ملائے جاویں مثلاً شکل ذیل میں دو دائرے متحد المرکز ہیں یعنی اونکا ایک ہی مرکز ہے اور جس دائرہ
کا نصف قطر د ا ہے اوسمیں قوس ب ی محیط کا چھٹا حصہ فرض کرو تو ظاہر ہے کہ جس دائرہ
کا نصف قطر د ت ہے اوسکی محیط کا یہ چھٹا حصہ قوس ت ح ہے



پس ب ی اور ت ح کی کشادگی کا مقیاس علی العموم
ہر محیط کا چھٹا حصہ ہے بشرطیکہ اوسکا مرکز د ہو

ایک نقطہ سے دو خط مستقیم پھیلتے ہوئے جائیں
یا ایک نقطہ کی طرف ملتے ہوئے آئیں اونکے درمیان جو کشادگی ہوتی ہے اوسکا نام زاویہ ہے
اس سے ظاہر ہے کہ زاویہ موقوف خطوط مستقیم کی طول پر نہیں ہے بلکہ وہ اون سمتوں پر موقوف ہے
جنمیں خطوط کشادہ ہوتے ہیں

دو نصف قطروں کے
درمیان جو کشادگی ہو اوسکو زاویہ کہہ سکتے ہیں مگر ان قطروں کے طول کو کچھ علاقہ زاویہ کے مقیاس سے
نہیں ہے مثلاً زاویے ب د ی اور ی د س وہی دو زاویے نقطہ د پر ہیں جو دو زاویے ت د ح
اور ح د س ہیں

اور زاویے شکل مذکور میں ا د ت اور ا د ی اور ی د د وغیرہ بنے ہوئے ہیں
زاویہ کے لکھنے اور پڑھنے کا یہ طریق ہے کہ ایک حرف تو زاویہ کے راس یعنی سر پر لکھدیں
اور ایک ایک حرف اوسکے ایک ایک ضلع پر مرقوم کریں

اور پڑہین اسطرح کہ سرے پر جو حرف لکہا ہی وہ سمجہین آوے اسکا مفصل حال دفعہ ۱۲ مین آئیگا

اب ہم اس بات کو خوب طرح سمجہاتے ہین کہ قوس مین ایسی کیا خاصیت ہی کہ جسکے سبب سے وہ زاویہ کے مقیاس بنی ہے

فرض کرو کہ ایک پرکار کی دو ساقین ب د اور د ی ہین اور وہ سمت ا ب پر منطبق ہین اب ب د تو اپنے مقام پر قایم رہے اور د ی اپنی جگہہ سے حرکت کرے اور اوس جگہہ پہونچے جہان شکل مین مرتسم ہے تو نقطہ ی مقام ب سے ی تک ایک قوس مین حرکت کریگا اور جتنی دیر مین یہہ حرکت کرکے ب سے ی پر آویگا اوتنی دیر مین نقطہ ح ایک قوس مین حرکت کرکے مقام ق سے ح پر پہونچے گا

پس معلوم ہوا کہ قوس ب ی اور قوس ق ح لیئے اپنے محیط کے مساوی حصے متناسبہ ہین یعنی ہر قوس کو نسبت اپنے محیط سے ایک ہی ہے اس خاصیت کے سبب سے قوس کشادگی یعنی زاویہ ی د ب کی مقیاس بنے ہے

(۵) دایرہ کے محیط کو ۳۶۰ برابر قوسون مین تقسیم کیا ہے

اور ہر یک قوس کا نام درجہ رکہا ہے اور ان درجون ہی سے زاویہ بنتا ہی یعنی یہہ درجہ ہی مقیاس زاویہ کا ہے اگر ایک زاویہ کے راس کے گرد دائرہ کہینچا جاے اور اوسکے اضلاع کے درمیان محیط کا چہٹا حصہ سماوے تو اوس زاویہ کو ۶۰ درجہ کا کہینگے

پس جب ہم کہا کرتے ہین کہ ایک خط مستقیم دوسرے کے ساتہہ ۴۵ درجہ میلان رکہتا ہے تو اوسکے یہی معنی ہوتے ہین کہ جس نقطہ پر وہ دو نو خط ملتے ہین اوسے مرکز دایرہ کا مقرر کرکے کیسا ہی چہوٹا یا بڑا دایرہ اون خطونکو قطع کرتا ہوا کہینچین تو ان خطوں کے درمیان محیط کے تین سو ساٹہوین حصے پینتالیس آئینگے یعنی محیط کا ایک اٹہوان حصہ

اب ان درجون کی تقسیم پر تقسیم دقیقون اور ثانیون مین یہی ہوئی ہے

ایک درجہ مین ۶۰ دقیقے اور دقیقہ مین ۶۰ ثانیئے ہوتے ہین

اور اختصاراً اونکو اسطرح لکھتے ہین ۴۸ ۱۴ ۳۲ اٹھتالیس درجہ چودہ دقیقہ بتیس ثانیہ
یعنی درجہ پر علامت ہ اور دقیقہ پر ر ا اور ثانیہ پر رر بائین طرف اوپر کو لکھدیتے ہین
(۶) جب ایک خط مستقیم ایک خط مستقیم پر زاویہ ۹۰ کا بناوے جیسا کہ زاویہ ا ء ب یا ا
ب ء اس شکل گذشتہ مین ہے تو ایسے زاویہ کو زاویہ قائمہ کہتے ہین ایک طرف اوسکی سمت
ارتفاع اور دوسری طرف سمت اُفق بتلاتی ہے اور ہر ایک خط کو ایک دوسرے پر عمود کہتے ہین
یہہ ظاہر ہے کہ جب ایک خط مستقیم ب ء دوسرے خط مستقیم ا س پر پہلوؤن مین متصل کے زاوے
برابر بناتا ہے تو ہر ایک اونمین سے زاویہ قائمہ ہوتا ہے پس زاویہ قائمہ کی تعریف اسطرح ہو سکتی ہے
کہ وہ اون دو برابر زاویون مین سے ایک زاویہ ہوتا ہے جو ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم پر متصل کے
پہلوؤن مین بناتا ہے اس تعریف مین احتیاج تقسیم دایرہ کی نہین ہوتی
~~زاویہ جسکے سامنے~~ قوس ۹۰ سے کم ہو یعنی قائمہ سے چھوٹا ہو اسے زاویہ حادہ کہتے ہین اور زاویہ
جسکے سامنے قوس ۹۰ سے بڑی ہو یعنی قائمہ سے بڑا ہو اوسے زاویہ منفرجہ کہتے ہین
زاویونکے مساوات کا بیان سنو جب ہم کہتے ہین کہ زاویہ ا برابر ہے زاویہ ب کے تو اوسنے
یہہ مطلب ہوتا ہے کہ اگر نقطہ ا کو نقطہ ب پر اور زاویہ ا کے ایک ضلع کو زاویہ ب کے ایک ضلع پر
چسپان کرین تو دوسرا ضلع زاویہ ا کا زاویہ ب کے دوسرے ضلع پر منطبق ہو جاے

(۷) اب ہم سطوح مستقیمۃ الاضلاع کا بیان کرتے ہین

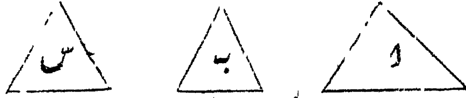
اونکی سطح کی اطراف پر خطوط مستقیم خاص زاویے بناتی ہوئی ملتی ہین ا ب

سطح مستوی سے مراد وہ سطح ہے کہ جسپر اگر دو نقطے لیکر خط مستقیم ملاوین تو وہ خط مستقیم اوسکے
اندر بالکل واقع ہو کوئی جزو سطح سے باہر نہ نکلجاوے

اگرچہ ہم نے یہہ بیان کیا ہے کہ دایرہ مین ایک خط منحنی سے جگہہ گھر جاتی ہے مگر یہہ بدیہی بات ہے
کہ سطح مستقیمۃ الاضلاع یعنی ایسی سطح جسکو خطوط مستقیم نے احاطہ کیا ہو تین ضلعون سے کم مین
نہین گھر سکتی

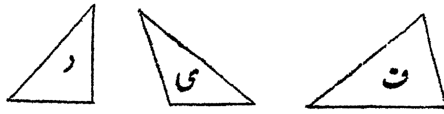
(۸) جن شکلونکے تین ضلعے ہوتے ہین اونکو مثلث کہتی ہین وہ بلحاظ اضلاع کے تین طرحکے اور بلحاظ زاویون کے بھی تین قسم کے ہوتے ہین

مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہے جسکے تینون ضلعے آپسمین برابر ہون ا مثلث متساوی الاضلاع ہے



مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہے جسکے دو ضلعے آپسمین برابر ہون ب مثلث متساوی الساقین ہے

مثلث مختلف الاضلاع جسکے سب ضلعے غیر مساوی ہون س مثلث مختلف الاضلاع ہے

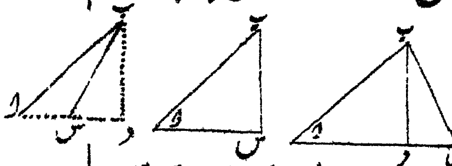


مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہے جسکا ایک زاویہ قائمہ ہو د مثلث قائم الزاویہ ہے

مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہے جسکا ایک زاویہ منفرجہ ہووے ی مثلث منفرج الزاویہ ہے

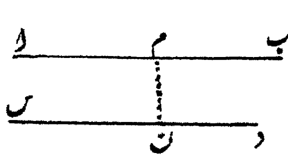
مثلث حادہ الزوایا وہ مثلث ہے جسکے سب زاوئے حادہ ہون ق مثلث حادہ الزوایا ہے

(۱) مثلث کے ہر ضلع کو قاعدہ مقرر کر سکتے ہین لیکن اکثر قاعدہ اوسی ضلع کو مقرر کرتے ہین جو نیچے دو ضلعون کے سمت افقی مین واقع ہوتا ہے اور جو قاعدہ کے مقابل زاویہ ہوتا ہے اوسے زاویہ راس کہتے ہین اور فاصلہ عمودی جو درمیان قاعدہ اور زاویہ راس کے ہوتا ہے اوسے ارتفاع یا بلندی مثلث کی کہتے ہین ان تینون



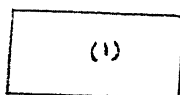
شکلونمین مثلث ب ا س کا قاعدہ ا س ہے اور ا ب س زاویہ راس ہے اول شکل مین ارتفاع ب د ہے اور وہ مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے اور دوسری شکل مین ارتفاع ب س ہے اور وہ ایک ضلع مثلث کا ہے اور تیسری شکل مین ارتفاع ب د ہے اور مثلث سے باہر واقع ہوتا ہے

(۱۰) ابھی ہمنے بیان کیا ہے کہ زاویہ مستقیمۃ الخطین اوس میلان کو کہتے ہین جو ایک خط مستقیم دوسرے
خط مستقیم کے ساتھہ ایک نقطہ پر رکہتا ہی لیکن جب دو خطوط مستقیم ایک دوسرے کے ساتھہ
میلان ملنے کا ایک نقطہ پر رکہین اور ایک دوسرے سی ہمیشہ علیحدہ رہین اور کبھی آپسمین ملین



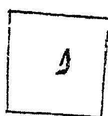
تو ایسے خطوط کو خطوط متوازیہ کہتے ہین جیسے
اب اور س د ہین کہ وہ کبھی آپسمین کسی جگہہ
نہین ملتے اور ہمیشہ اونمین عمودی فاصلہ م ن یکسان رہتا ہی

(۱۱) چار ضلعے کی شکل کے دو دو مقابل کے ضلعے متوازی ہون اوسکو متوازی الاضلاع کہتے ہین





مقابل کے ضلعے متوازی الاضلاع کے جیسے
متوازی ہوتے ہین ایسے متساوی بھی ہوتے ہین
دوسرے شکل کو شبیہ بالمعین کہتے ہین اوسکی دو ضلعون کے درمیان زاویہ قایمہ نہین ہے اور پہلی شکل کو
مستطیل کہتے ہین اوسکے ضلعون کے درمیان زاویہ قایمہ ہے اور طول بڑا عرض سے ہے



مربع وہ شکل ہے جسکے چار ضلعے آپسمین برابر ہون دیکھو شکل آ وہ مربع ہے
معین بھی ایک ایسی شبیہ بالمعین ہے جسکے چارون ضلعے آپسمین برابر ہون شکل ب معین ہے







منحرف وہ چار ضلعے کی شکل ہے کہ جسمین ضلعے متوازی نہون جیسے شکل س
اگر چار ضلعے کی شکل ہو اور صرف اوسکے دو ضلعے متوازی ہون اور دو متوازی نہون تو اوسے
ذو زنقہ کہتے ہین یہہ شکل ذو زنقہ ہے
جسکے اضلاع اب اور س د متوازی ہین لیکن ب س اور ا د متوازی نہین ہین
سب چار ضلعے کی شکلون کو ذو اربعۃ الاضلاع کہتے ہین اور وہ دو مثلثون مین اسطرح تقسیم ہو سکتے
ہین کہ اونکے مقابل کے دو کونون مین خط مستقیم ملائین اگر یہہ خط اوس شکل کے دو برابر حصے کردے

تو اوسکو قطر کہتے اور اگر برابر حصے نکرے تو اوسے وتر کہتے ہین

(۱۲) اب یہان یہہ بیان کرتے ہین کہ کسطرح زاوئے اور شکلون کے نام حروف مین بیان کیے جاتے ہین اس تمرینمین شکلین وہی رہینگی جو اوپر مذکور ہوئین

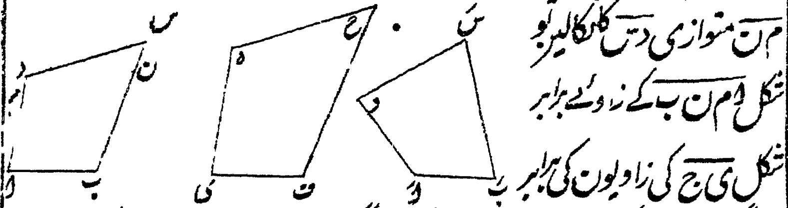
زاویہ کو کبھی تو صرف ایک حرف سے بیان کرتے ہین جیسے زاویہ آ یا زاویہ د یا تین حرفون سے اسطرح کہ جو حرف سرے پر زاویے کے لکھا ہوا ہو وہ بیچ مین آوے اور ایک حرف ادہر اودہر جیسا کہ زاویہ اب س یا زاویہ ب س د یہہ دوسری ترکیب بیان کرنیکی وہان کام آتی ہے جہان ایک نقطہ پر کئی زاوئے جمع ہون جیسے کہ صورت نقطہ س پر ہوری ہی اگر صرف زاویہ س صرف ایک حرف مین بیان کیا جاے تو یہہ نہین مفہوم ہوگا کہ آیا اوسے مراد زاویہ ب س آ یا زاویہ ا س د یا ب س د ہے

ہر شکل بلحاظ اضلاع کے اسطرح بیان کیجاتی ہے کہ حروف کو جو بالترتیب شکل کے گرد آتے جائین پڑہتے جائین جیسا کہ اب س اور ب س د وغیرہ اور حرف وہان لکھتے ہین جہان خطوط متقاطع ہو کر نقطے پیدا کرتے ہین اور بلحاظ رقبہ یا سطح کے بہی اسطرح بیان ہوتی ہی مگر فرق اتنا ہی کہ ان حروف کے ساتہہ شکل کا نام لگا دیا جاتا ہے

جیسے ذو اربعہ الاضلاع اب س د یا مثلث ا س د وغیرہ ذو اربعہ الاضلاع کو کبہی اختصاراً او دو حرفون سے بہی لکھہ پڑہ لیتے ہین جو مقابل کے دو زاویون پر لکھے ہوئے ہین جیسے کہ شکل ب د مگر اختصار کو وہان کام مین نہ لائین جہان فی ترشبہ پیدا ہو یعنی اون نقطون کے درمیان ترچہی کہیجا ہوا ہے

(۱۳) دو مستقیمہ الاضلاع جنکے ضلعون کی تعداد برابر اور ایک کے ضلعون مین وہی نسبت ہو جو دوسرے کے ضلعونمین نسبت ہو اور زاوئے اضلاع نظیرہ کے درمیان برابر ہوت تو ایسی شکلونکو متشابہ کہتے ہین مثلاً اگر ذو اربعہ الاضلاع ا س اور ی ج مین زاوے آ اور ب اور س اور د برابر زاویون ی اور ق اور ج اور ہ کی ہون موافق اپنی اپنی نظیر کی اور اضلاع اب اور ب س اور س د اور د ا تین چوتہائی اضلاع ی ق اور ق ج وغیرہ کی ہون یعنی اگر پہلے ضلعے ۱۸ آو ۳۰ و ۲۷ و ۱۲ ہو تو

تو دوسری شکل کے ضلعے ۲۴ و ۳۰ و ۳۶ و ۲۸ ہون تو اس اور ی ج کو سطوح متشابہ کہینگے اگر



م ن متوازی د س کا ڈالیں تو شکل ا م ن ب کے زاویے برابر شکل ی ج کی زاویون کی برابر ہونگے مگر ضلع اوسکے متناسب اضلاع ی ج کی نہونگے اسلئے وہ متشابہ ی ج کے نہو گے

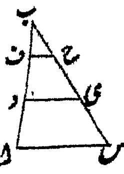
اگر شکل ا ب س د کے ضلعے متناسب شکل ا س کے اضلاع کے ہون مگر زاویے اوسکے برابر شکل ا س کے زاویون کی نہون تو بہی ا ب س د متشابہ ی ج کے نہونگے

لیکن اگر مثلث کے تینون ضلعے متناسب دوسرے مثلث کی تینون ضلعون کی ہون تو ضرور دو نو مثلث متشابہ ہونگے

سوا ایک مثلث کے زاویے بہی برابر دوسرے مثلث کی زاویون کی ہونگے اور اسکا عکس بہی صحیح ہے

(۱۴) ایک مثلث کے قاعدہ کے جو خطوط متوازی ایک ضلع سے دوسرے ضلع تک کہینچے جاوین تو وہ اضلاع مثلث کو ایک نسبت پر قطع کرینگے

اور ہر یک خط ایک مثلث کل مثلث کا متشابہ قطع کریگا مثلاً خطوط د ی اور ق ج متوازی ا س کے ہون تو اضلاع ا ب اور ب س ایک نسبت پر قطع ہونگے



اسطرح کہ اگر ا د برابر ق د کی ہو تو س ی برابر ی ج کے ہوگا اور اگر د ق دو چند ق ب سے ہو تو ی ج دو چند ج ب سے ہوگا

اور مثلث ب ا س اور ب ق ج اور ب د ی آپس مین متشابہ ہین اور ب ا : ا س :: ب د : د ی وغیرہ

فصل دوم ہندسہ عملی

(۱) طول کی پیمایش ہندوستانی اور انگریزی پیمانون سے ہوتی ہے پہلے تو دیسی پیمانے یہان مروج تہے مگر اب وہ متروک ہوتے جاتے ہین اور اونکی جگہ انگریزی پیمانے رواج پاتی جاتی ہین اسلئے ہم دو طرح کے پیمانون کا حال بیان کرتے ہین بعض پیمانے تو اونمین سے عموماً طول ناپنے کے کام مین آتے ہین بعض

اونمین سے مخصوص زمین کے ساتھہ ہین یہہ بہی لکھتے ہین کہ ہندوستانی و انگریزی پیمانون مین باہم نسبت کیا ہے

عام انگریزی پیمانے

۳ جو = ایک انچہ اور ۱۲ انچہ = ا فٹ اور ۳ فیٹ = ا گز اور ۵ ½ گز = ا رڈ یا پول یا پرچ اور ۴۰ پول = ا فرلنگ اور ۸ فرلنگ یا ۱۷۶۰ گز = ا میل

عام دیسی پیمانے

۸ جو = ا انگشت اور ۳ انگشت = ا گرہ اور ۸ گرہ = ا ہاتہہ اور ۲ ہاتہہ = ا گز اور ۲۴ تسو = ا گز انگشت اور انچہ کی جو پیمایش جو سے ہوتی ہے اوسمین فرق یہہ ہے کہ انچہ تو برابر تین جو جب ہوتے ہین کہ وہ کہڑی نوک سے نوک ملاکر کہڑے جاوین اور انگشت ۸ جو کی برابر ہوتا جب پیٹ سے پیٹ ملاکر رکہین

خاص انگریزی پیمانے جو زمین کے ناپنے کے لئے ہین

۷،۹۲ انچہ = ایک کڑی اور ۱۰۰ کڑی یا ۶۶ فیٹ یا ۴ پول = ایک جریب اور ۱۰ جریب یا ۱۰۰۰ کڑی = ا فرلنگ

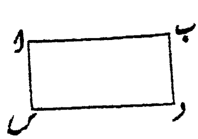
خاص دیسی پیمانے جو زمین کے ناپنے کے لئے ہین

۳ گز ہندوستانی = ایک گٹھہ اور ۲۰ گٹھہ یا ۶۰ ہندوستانی گز = ا جریب - انگریزی گز ۳۶ انچہ کا اور ہندوستانی گز ۳۳ انچہ کا ہوتا ہے

غرض ۳ انچہ انگریزی گز ہندوستانی گز سے بڑا ہوتا ہے اور ۳ انچہ کا گیارہ گنا ہندوستانی گز اور ۳ انچہ کا بارہ گنا انگریزی گز ہوتا ہے پس ان دونو گزون مین نسبت $\frac{11}{12}$ کی ہے اگر انگریزی گزون کے ہندوستانی گز بنانے ہون تو اونکو $\frac{12}{11}$ مین ضرب دیجاؤ اور اگر ہندوستانی گزون کے انگریزی گز بنانے ہون تو $\frac{11}{12}$ مین ضرب دو مگر اب سب پرانے گز کہان رہے انگریزی گز سب جگہہ کام مین آتا ہے اور جریب ہندوستانی ۶۰ ہندوستانی گز کی ہوئے اسلئے وہ برابر ۵۵ انگریزی گز کی ہوگی

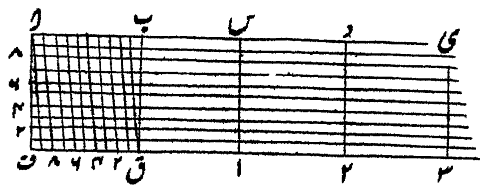
ا جو کہنچا ہوا ہے ٹہیک ایک انچہ اوسکا طول ہے اس خط کا طول بارہ گنا کہینچ کر ہم فٹ بنا سکتے ہین اور ۳۶ گنا طول بناکر ایک گز اب اگر ایسے خط کہینچ جائین

کہ حقیقتاً اونکا طول برابر اصل چیزون کے طول کے ہو تو کہان ہو سکتا ہی اسلئے یہہ چہوٹے چہوٹے خطوط ایسے کہیچ لیتے ہین کہ جنمین نسبت وہی ہوتی ہے جو اون اصل شکلون کے امتدادون مین ہوتی ہے غرض اسطرح ایک شکل متشابہ اصل شکل کے کاغذ پر بنا لیتے ہین مثلاً شکل ذیل ایک کہیت کو تعبیر کرتے ہو اور اسکا طول ۱۰۰ گز اور عرض ۵۰ گز ہو تو اب ایک خط کسی طول کا جیسا مناسب ہو کہیچین اور اس کا طول نصف ا ب سے بنائین



تاکہ یہہ شکل متشابہ کہیت کے ہو جاوے

(۲) پس خطوط کو صحیح صحیح نسبتون پر کہینچنے کے لئے ایک آلہ بنایا ہے اور اس آلہ کا نام اسکیل ہے مگر روزمرہ کی بول چال مین فقط اوسکا نام پیمانہ پڑ گیا ہے



وہ پیتل یا لکڑی یا ہڈی کا ایک شفاف ٹکڑا ہوتا ہے اوسکی بنانیکی ترکیب یہہ ہے کہ سطح پر خط ا ی کہینچو اور اسکو برابر حصون ا ب اور ب س اور س د وغیرہ مین تقسیم کرو

اوسکے دس خط متوازی برابر فاصلہ پر نکالو اور نقاط آ اور ب اور س وغیرہ سے عمود خطوط متوازیہ کو قطع کرتی ہوئے کہینچو اور خطوط ب آ اور ق ق کو دس برابر حصون مین تقسیم کرو اگر ان نقاط تقسیم سے عمود نکالتے تو چہوٹے چہوٹے متوازی الاضلاع بنتے ہم نے قطران متوازی الاضلاعون سے کہینچے ہین پس اب یہہ پیمانہ سطرح سے تیار ہو گیا

اگر آ سے ق تک ۱۰۰ کو تعبیر کرے تو ق سے ۲ تک ۲۰۰ کو اور ۳ تک ۳۰۰ اور علیٰ ہذا القیاس تعبیر کریگا اور ق سے ق تک ۱۰۰ ہے تو ق سے ۴ تک چار دسوین ہونگی یعنی ۴۰ اور ق سے ۷ تک ۷۰ اور ۳ سے ۴ تک ۳۴۰ ہونگے

۱۱۶۸

اور اگر ہمکو طول ۳۶۴ حاصل کرنا ہو تو ہم خط ف آ پر نیچے کی طرف اکائیان پڑہین اور پرکار کی ایک ساق کی سر کو اوس نقطہ پر رکہین جہان چہٹا قطر جو یہی خط افقی کو قطع کرتا ہے اور دوسری ساق کی سرے کو نقطہ ۃ پر رکہین پس ان دونو ساقون کے درمیان فاصلہ ۳۶۴ ہوگا

اور اگر آ سے ق تک ۱۰ بجاے ۱۰۰ کی تعبیر ہوں تو آ سے ۸ تک ۱۸ اور ۲ سے ۸ تک ۲۸ وغیرہ تعبیر ہونگی اور نیچے کے خطوط متوازیہ سے دسوین حصے اکائیون کے تعبیر ہونگے

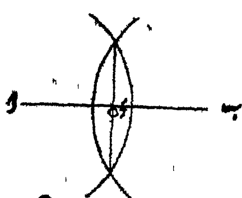
اور اسیطرح اگر آ سے ق تک ۱۰۰۰ تعبیر ہوں تو ق سے ۲ تک دو دسوین ۱۰۰۰ کے یعنی ۲۰۰ تعبیر ہونگے اور نیچے کے خطوط متوازیہ سے دہائیان تعبیر ہونگین

الحاصل بڑے بڑے طول اور عرض اس سکیل سے آسانی سے تعبیر ہوکر کاغذ پر بنائے جاتے ہین ٹپواریون وغیرہ کی پیمایش مین یہہ پیمانہ ۱/۶ انچہ لنیا اور ایک انچہ چوڑا ہوتا ہے اور اس پیمانہ مین ہر ایک دس دس حصو مین تقسیم ہوتا ہے پس اگر پیمانہ کے ایک انچ ایک جریب کی تعبیر کرین تو انچہ کا دسوان حصہ دو گٹہ کو تعبیر کریگا اور اگر دو جریب کو تعبیر کرے تو اوسکا دسوان حصہ ۴ گٹہ کو تعبیر کریگا اور علی ہذا القیاس

اب ہم چند سوالات علم ہندسہ عملی لکھتے ہین جسمین سکیل اور پرکار کام آتی ہے

(۳) ایک خط مستقیم معلوم کی تنصیف کرو یعنی دو برابر حصے کرو

فرض کرو کہ خط ا ب معلوم ہے اور مطلوب یہہ ہے کہ نقطہ وسط اسکا دریافت کرین پہلے ہم لکھہ آئے ہین کہ دائرہ پرکار سے جسطرح کہیچا ہے پس پرکار کے ایک ساق کو نقطہ آ پر قائم کرو اور دوسری ساق سے ایک دایرہ نصف خط سے ذرا بڑے نصف قطر پر کہیچو اور اسیطرح پہر پرکار کی ایک ساق کو نقطہ ب پر قائم کرکے پہلے ہی نصف قطر کے برابر نصف قطر لیکر دایرہ کہیچو جو پہلے دایرہ کو دونو طرف ا ب کی قطع کرے



پس خط مستقیم ان نقطون مین ملایا گیا خط ا ب کو نقطہ ۃ پر تنصیف کردیگا

سوالات مشق

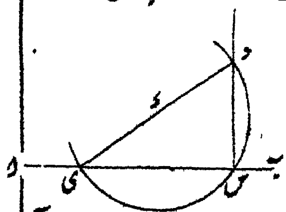
(۱) دو مکانون کی بلندیان ۱۹۶۰ اور ۳۵۱ فیٹ ہین دو خط کہینچو جو ان بلندیونکو تعبیر کرین اور اُنکے تنصیف بہی موافق ہندسہ عملی کے کرو

(۲) ع اور ق اور ر اور ص چار مکان ایک خط مستقیم مین ہین اور ع سے ق تک ۲۰۴ گز اور ق سے ص تک ۳۶۵ گز اور ر عین درمیان مین ع اور ص کے ہے پس ایک خط کہینچو جو ان فاصلونکو تعبیر کرے اور ر کا مقام عمل ہندسی سے دریافت کرو

(۴) ایک خط معلوم پر ایک نقطہ معلوم سے جو اسکے اندر ہے عمود قایم کرو

فرض کرو کہ اب پر نقطہ س سے عمود نکالنا منظور ہے س ا اور س ب مین سے س م اور س ن برابر حصے قطع کرو اور م کے مرکز پر س م سے بڑا کوئی نصف قطر لیکر ایک قوس کہینچو اور اسیطرح ن کے مرکز پر اوسی نصف قطر پر ایک قوس کہینچو جو پہلی قوس کو نقطہ د پر قطع کرے پس س د کہینچو یہی عمود مطلوب ہوگا

اور جب نقطہ معلوم طرف خط ہو یا نزدیک طرف خط کے ہو تو عمود ترکیب مذکور الصدر سے آسانی سے کہینچ جاویگا اگر خط مستقیم کو بڑہا لین اور اگر نہ بڑہائین تو اس ترکیب سے عمود کہینچو کہ ایک نقطہ د کسی مناسب مقام پر مقرر کرو اور اسکو مرکز مقرر کرکے س کے بعد پر ایک قوس کہینچو جو اب کو ی اور س کے نقطون پر قطع کرے اور نقطہ ی سے ی د جو قوس سے نقطہ ذ پر ملے کہینچو اور س ذ ملاؤ پس یہی عمود مطلوب ہوگا



مشق کے سوالات

(۱) ایک خط مستقیم افقی اب ۴۳۳ گز کا کہینچو اور ایک نقطہ س ۵۰۷ فیٹ پر نقطہ ا سے مقرر کرو اور ایک عمود ۱۲۵ گز لنبا نقطہ س سے قائم کرو

(۲) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکے اضلاع زاویہ قائمہ کے گرد ۲۴۷ اور ۲۷ ہون

(۵) ایک نقطہ معلوم بیرونی سے عمود ایک خط معلوم پر کہینچو

فرض کرو کہ نقطہ س سے اب پر عمود نکالنا منظور ہے مرکز ا اور نصف قطر اس برابر اب کی نیچے کیطرف ایک قوس کہینچو اور مرکز ب اور نصف قطر ب س برابر ہی ایک قوس کہینچو جو پہلی قوس کو قطع کرے بس جو خط نقطہ تقاطع اور س مین ملیگا وہ س د کو عمود اب پر بناویگا

سوالات مشق

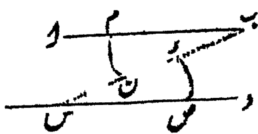
(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود ہین ۹۶۰ و ۱۲۸۰ کڑی ہون اور مثلث قائم الزاویہ کی راس سے ایک عمود مقابل کے ضلع پر نکالو

(۲) زاویہ منفرجہ اب س ۱۳۵ درجہ کا بناؤ اور اب کو بقدر ۲۵۲ کی اور ب س کو بقدر ۲۰۰ کی بناؤ اور نقطہ س سے عمود اب پر بغیر ب س کے خارج کرنیکے اور نقطہ ا سے ب س پر عمود نکالو اور ان دونو کو خارج کرو جب تک کہ وہ آپسمین ملین

(۶) ایک خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نقطہ معلوم سے نکالو

فرض کرو کہ خط اب کا نقطہ س سے متوازی نکالنا منظور ہے

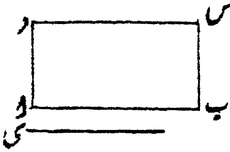
اب کی طرف ب سے جو زیادہ دور س سے ہے خط مستقیم ب س کہینچو اور نقطہ ب کو مرکز اور کسی نصف قطر ب م پر ایک قوس م ن زاویہ اب س کے محاذی کہینچو اور مرکز س پر اور نصف قطر س ر پر جو برابر پہلی نصف قطر ب م کی ہو ایک قوس ر ص برابر قوس ن م کی کہینچو اور س اور ص مین خط ملاکر کہینچو تو وہ متوازی اب کا ہوگا



سوالات مشق

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکے ضلع جو عمود ایک دوسرے پر ہین ۲۷ اور ۲۴ ½ ہون اور زاویہ قائمہ کی راس سے ایک خط متوازی تیسرے ضلع کا کہینچو۔

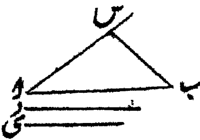
(۲) ایک زاویہ حادہ ا ب س کا ۴۵° کے قریب بناؤ اور اب کو ۱۷ اور ب س کو ۴۴ ½ بناؤ
اور درمیان زاویہ کے کوئی سا نقطہ مقرر کرو اور اوس نقطہ سے دو خط متوازی اضلاع زاویہ کے کہینچو



(-) ایک مستطیل بناؤ جسکا طول اور عرض معلوم ہے
فرض کرو کہ اب طول معلوم ہے اور ی عرض معلوم ہے
نقطہ ب سے اب پر عمود ب س برابری کے بناؤ
اور س کے مرکز پر نصف قطر برابر اب کی لیکر ایک قوس کہینچو اور ا کے مرکز پر نصف قطر برابر ی
کے لیکر ایک قوس کہینچو جو پہلی قوس کو نقطہ د پر قطع کرے اور ا د اور س د ملاؤ تو مستطیل مطلوب بنجاویگا

سوالات مشق

(۱) ایک کہیت قائم الزاویہ بناؤ جسکے طول مین ۱۲۰۰ کڑی اور عرض مین ۵۶۵ کڑی ہون
(۲) ایک فرش شبیہ بالمعین کی شکل کا ۲۶ فٹ ۶ انچہ لنبا اور ۱۶ فٹ ۸ انچہ چوڑا بناؤ
(۳) اس خط مستقیم ا ---- ب پر ایک مربع بناؤ اور اسکے دو قطر کہینچو اور انکے نقطہ تقاطع کو مرکز
مقرر کرکے دایرہ کہینچو جو مربع کے زاویون پر گذرے
(۸) ایک مثلث بناؤ جسکے تینون ضلع معلوم ہین اور ان ضلعون مین سے دو ملکر تیسرے سے بڑے ہین
فرض کرو کہ اب اور د اور ی تین اضلاع معلوم ہین
نقطہ ا کے مرکز پر نصف قطر برابر د کے لیکر ایک قوس کہینچو اور ب کے
مرکز پر نصف قطر برابر ی کے لیکر ایک قوس کہینچو جو پہلی قوس کو نقطہ س پر قطع کرے ملاؤ
ا س اور ب س پس ا ب س مثلث مطلوب حاصل ہوگا

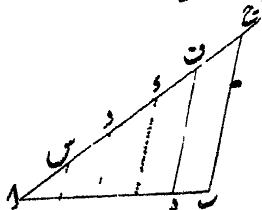


سوالات مشق

(۱) ایک مثلث بناؤ جسکے اضلاع ۱۷ و ۲۲ و ۵۴ ہون
(۲) ایک مثلثی شکل بناؤ جسکے اضلاع ۹۷ و ۲۰ و ۶۷ جریب ہون
(۳) ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ جسکا قاعدہ ۲۱۵۶ ہو اور ہر ایک برابر ساق ۱۲۲۹ ہو

(۴) ایک مثلث قائم الزاویہ متساوی الساقین بناؤ کہ جسکے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود ہوں انمیں سے ہر ایک ۲.۵۰ فیٹ ہو

(۵) اس خط مستقیم ب ــــــ ا پر ایک مثلث متساوی الاضلاع بناؤ اور اوسکے زاویوں کے سروں سے خطوط متوازی مقابل کے ضلعوں کے نکالو اسطرح سے کہ ایک اور مثلث بنجاوے



(۶) کئی ایک برابر حصوں میں ایک خط مستقیم اب کو تقسیم کرو

فرض کرو کہ اب کو پانچ برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہے

نقطہ ا سے ایک خط اح زاویہ اب پر بناتا ہوا کھینچو اور اسپر ایک نقطہ س مقرر کرو اور س د اور د ی وغیرہ برابر اس کے قطع کرو یہانتک کہ اح پانچ برابر حصوں میں تقسیم ہو اور ملاؤ ب ح اور نقطہ ق سے ق ہ متوازی ب ح کا کھینچو تو ب ہ پانچواں حصہ اب کا قطع ہوگا اسیطرح سے ایک خط اور حصوں میں تقسیم ہو سکتا ہے جنمیں نسبت معینہ ہو

سوالات مشق

(۱) شکل گذشتہ میں ایک خط برابر اح کے کھینچکر اوسکو چھہ برابر حصوں میں تقسیم کرو

(۲) ایک ڈیڑہ انچ کے خط کو سات برابر حصوں میں تقسیم کرو

(۳) ۳ انچہ لنبا خط ۳ $\frac{1}{4}$ انچہ طول کو تعبیر کرتا ہے تو خط کو ایسے حصوں میں تقسیم کرو کہ ہر ایک حصہ ایک اور $\frac{1}{4}$ انچہ کو تعبیر کرے

(۴) اب سے طول میں ڈیوڑہا خط شکل گذشتہ میں لیکر اوسکو تین ایسے حصوں میں تقسیم کرو کہ انمیں نسبت ایسی ہو جیسی کہ ان اعداد ۲ و ۳ و ۳ $\frac{1}{2}$ میں نسبت ہے

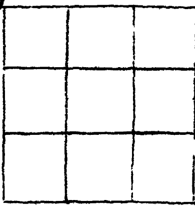
فصل سوم

متوازی الاضلاعوں کی مساحت

مربعہ اوسے کہتے ہیں کہ کسی شکل کی سطح کو اعداد میں بیان کریں اور اوسکی پیمایش کے لئے پیمانہ مربع تجویز ہوا ہے

اور مربع طول کے پیمانہ سے حاصل ہوتا ہے

فرض کرو کہ ایک شکل مربع ا د س ب ہے اور اسکے سطح کو اعداد میں بیان کرنا چاہتے ہیں یعنی اسکا رقبہ



دریافت کرنا چاہتے ہیں اگر ہر ایک ضلع مربع کا ایک انچ ہو جیسا کہ نفس الامر میں شکل کے اندر بنا ہوا ہے تو طول بھی ا د ایک انچ ہے اور عرض بھی ا ب ایک انچ ہو تو مربع کا رقبہ ایک انچ مربع کہلاتا ہے

فرض کرو کہ ا ب اور ا د میں سے ہر ایک ایک گز کو تعبیر کرتا ہے تو سطح ا ب س د کی ایک مربع گز ہو گی اور وہ فٹ مربعوں میں اس طرح تقسیم ہو سکتی ہے کہ ا د کو کہ ایک گز طول میں ہے تین قطعوں میں جنسے ایک گز بنتا ہے تقسیم کرو اور اسیطرح ا ب کو بھی برابر تین حصوں میں تقسیم کرو تو ایک سطح تین فٹ طول اور تین فٹ عرض میں حاصل ہوئی اور نقاط تقسیم سے خطوط متوازی کھینچو پس سطح ایسے مربعوں میں تقسیم ہو گی جنمیں سے ہر ایک ایک فٹ لنبا اور ایک فٹ چوڑا ہے

اب سب کے اوپر کے صنف میں مربع اسقدر ہیں جسقدر ا د میں فٹ ہیں یعنی ۳ مربع فیٹ ہیں صنفیں اتنے ہیں کہ جتنے فیٹ ا ب میں ہیں یعنی تین صنفیں پس کل شکل میں اتنی مربع ہوئی جتنے کہ ایک صنف کے تین مربع فٹ کو سہ چند کرنے سے حاصل ہوتے ہیں یعنی ۹ مربع فیٹ ہیں پس ایک مربع گز برابر ہوا ۹ مربع فیٹ کی ایک غلطی عوام کی یہہ ہے کہ وہ یہہ جانتے ہیں کہ ۵ فٹ کو ۳ فٹ میں ضرب دیں تو ۱۵ مربع فٹ حاصل ہوتے ہیں اس صورت میں درحقیقت فٹ فٹ سے نہیں ضرب دیا جاتا اور نہ فٹ فٹ میں ضرب دئے جانے سے کچھ پیدا کرتا ہے بلکہ اوسکا مطلب یہہ ہوتا ہے کہ ایک صنف پانچ ایسے مربعوں کی جنمیں سے ہر ایک ایک مربع فٹ ہو سہ چند کیجاتی ہے

(۲) جدول ذیل سے معلوم ہو گا کہ کون کونسے مربع پیمانے ہیں اور اونمیں آپس میں کیا نسبت ہے

جدول مربع پیمانونکی

۱۴۴ مربع انچ = ۱ مربع فٹ

۹ مربع فٹ = ایک مربع گز کے

۳۰¼ مربع گز یا ۲۷۲¼ مربع فٹ = ایک مربع پول یا روڈ یا پرچ

۴۰ پول = ایک روڈ زمین کے

۴ روڈ یا ۴۸۴۰ مربع گز یا ۱۰۰۰۰۰ مربع کڑی = ایک ایکڑ زمین کے

۶۴۰ ایکڑ = ایک مربع میل کے

یہہ سب پیمانے انگریزی بیان ہوئے اب ہندوستانی پیمانون کی کیفیت سناتے ہین

۲۰ انوانسی = ۱ کچوانسی

۲۰ کچوانسی = ۱ بسوانسی

۲۰ بسوانسی = ۱ بسوہ

۲۰ بسوہ = ۱ بیگھہ

پیمایش بسوانسی تک لکھی جاتی ہے کچوانسی اور انوانسی کچھہ لکھی نہین جاتی

جو کہیت ایک جریب طول مین اور ایک جریب عرض مین ہو اوسکو ایک بیگھہ کہتے ہین اور جو کہیت ایک جریب طول مین اور ایک گٹھہ عرض مین ہو اوسکو بسوہ کہتے ہین اور جو کہیت ایک گٹھہ طول مین اور ایک گٹھہ عرض مین ہو اوسکو ایک بسوانسی کہتے ہین پس اسّے معلوم ہوا کہ ایک بسوہ مین ۲۰ بسوانسی اور ایک بیگھہ مین چار سو بسوانسی ہوتی ہین اگر جریب اور گٹھہ کے لئے شکل اوسیطرح بناوین جسطرح دفعہ ۱ مین بنائی ہے تو اوپر کا بیان خوب روشن ہوجاویگا ا د کو ایک جریب سے تعبیر کرین اور اوسکو بیس ۲۰ حصون مین تقسیم کرین اور اسیطرح س د کو بیس حصون مین تقسیم کرین اور خطوط متوازی کہیچین تو چار سو مربع ایک بیگھہ مین بنینگے اور ان مربعون مین سے ہر یک ایک بسوانسی ہوگی اس بات کو طالب علم خوب یاد کرلیں کہ جب جریب کو جریب مین ضرب دیتے ہین تو بیگھہ حاصل ہوتا ہے

اور جب جریب کو گٹھہ مین ضرب دیتے ہین تو بسوہ اور جب گٹھہ کو گٹھہ مین ضرب دیتے ہین تو بسوانسی یہہ بات محاورہ کے موافق کہی جاتی ہے کہ جریب کو گٹھہ مین ضرب دینے سے بسوہ حاصل ہوتا ہے مگر در حقیقت اسکی یہہ معنی ہین کہ اگر کہیت ایک جریب یعنی ۲۰ گٹھہ طول مین اور ایک گٹھہ عرض مین لیا جاوے تو بیس مربع ایسے بنینگے جنکا

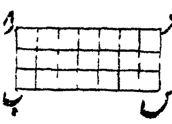
ایک گٹھہ طول اور ایک گٹھہ عرض ہے یعنی ۲۰ بسوانسی کا ایک بسوہ ہوتا ہے

(۳) ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

ایک ضلع کے طول کو مقابل کے ضلعوں کے عمود کا فاصلہ میں ضرب دو یہہ دونو اجزا ضربی یکجنس ہوں

پہلی مثال ایک مستطیل فرش ۷ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا ہے تو بتاؤ اوسمیں کتنے مربع فیٹ ہونگے



فرض کرو کہ طول ا د ۷ فیٹ ہے اوسکو برابر سات حصوں میں تقسیم کرو

اور عرض ا ب ۳ فیٹ ہے اوسکو تین برابر حصوں میں تقسیم کرو

چونکہ شکل مستطیل ہے اسلئے اوسمیں تین صفیں مربعوں کی ہونگی اور ہر صف میں ۷ مربعے ہونگے اسواسطے رقبہ

۷ مربع فیٹ × ۳ یا ۲۱ مربع فیٹ ہونگے م مربعے کے لئے لکھا جاویگا

دوسری مثال متوازی الاضلاع ا ب س د شبیہ بالمعین ہے اور ضلع ب س

۱۸ انچہ ہے اور عمود ب م یا س ن ۲ فیٹ ہے تو بتاؤ رقبہ کیا ہوگا

اب ذرا غور سے شکل دیکھو تو ظاہر ہوگا کہ رقبہ ا ب س د کا

برابر مستطیل ب م ن س کے ہے اسلئے کہ ایک طرف سے مثلث ب ا م جیسا قطع ہوا ہے ویسا ہی اوسکے

برابر دوسری طرف مثلث س د ن زیادہ ہوگیا ہے

پس رقبہ مطلوبہ وہی رقبہ ہے جو ب م ن س کا ہے اور اوسکا رقبہ کیا ہے کہ طول ب س میں جتنے انچہ
ہیں اوتنے مربع انچ لو اور اونکو ب م کی تعداد انچھوں میں ضرب دو یا طول ب م میں جسقدر انچہ ہیں
اتنے مربع انچہ لیکر اونکو ب س کی تعداد انچوں میں ضرب دو یعنی ۱۸ م انچہ × ۲۴ یا ۲۴ م انچہ × ۱۸ =
۴۳۲ م انچہ یا ۳ م فیٹ کے یہی جواب ہمارے سوال کا ہے

انتباہ

اکثر متوازی الاضلاعوں کے بڑے ضلعوں کے درمیان کا عمودی بعد معلوم ہوتا ہے اور وہی عرض متوازی الاضلاع کا
کہلاتا ہے اسلئے عام قاعدہ متوازی الاضلاع کے دریافت کرنیکا یہہ بیان کیا جاتا ہے کہ طول کو عرض میں ضرب دو

تیسرے مثال ایک کہیت مستطیل ۸۲۵ کڑی طول مین اور ۴۳۰ عرض مین ہے تو بتاؤ اوسکے
اندر کے ایکڑ زمین ہے، ۸۲۵ م کڑی × ۴۳۰ = ۳۵۴۷۵۰ م کڑی اور ایک ایکڑ زمین
۱۰۰۰۰۰ م کڑی ہوتے ہین
اسلئے سطح جو دریافت ہوئی اوسکو ۱۰۰۰۰۰ پر تقسیم کرنا چاہئے اور اس تقسیم کے معنی اعشاریہ مین یہی
ہین کہ دائین طرف سے پانچوین درجہ پر علامت عشاریہ مرقوم کرین بس ۳٫۵۴۷۵۰ ایکڑ حاصل ہوئے
اور یہہ برابر ہین ۳ ایکڑ ۲ رود ۷٫۶ پرچ کی

چوتہی مثال طول ایک متوازی الاضلاع کا ۱۶ فٹ ۱۱ انچہ ہے اور عرض ۵ فٹ ۷ انچہ ہے اوسکا رقبہ
دریافت کرو اول ترکیب ۱۶ ۱۱/۱۲ م فٹ × ۵ ۷/۱۲ = ۹۴ ۵۵/۱۴۴ م فٹ یا ۹۴ م فٹ ۶۵ م
انچہ یہہ جواب ہے

دوسری ترکیب وہ ہے جسکو ضرب اثناعشری کہتے ہین

۱۱ بارہوین		۱۶ م فٹ
۷		۵
۷		۸۴
۵	۱۰	۹
۵ انچ	۵ بارہوین	۹۴ م فٹ

سمجھو کہ یہہ عمل کیا ہے کہ ۱۶ فیٹ اور ۱۱ بارہوین ایک
م فٹ کو چگنا کرنا اور سات بارہوین دفعہ لینا ہے اب اول چگنا کرنے کا عمل اس طرح کرو کہ ۵ کو
۱۱ بارہوین مین ضرب دو تو حاصل ۵۵ بارہوین حصے ہوے جو برابر ۴ م فٹ اور ۷ بارہوین حصون کے ہے
اب سات کو بارہوین حصو کے نیچے لکھو اور ۵ کو ۱۶ مین ضرب دیکر حاصل ضرب ۸۰ کے ساتھ
پہلے حاصل کو جمع کرو اور ۸۴ م فٹ نیچے لکھو اب ۷ بارہودن مین ضرب دینا ہا تو ۷ بارہوون کو گیارہ
بارہودن مین ضرب دیا تو مربع فٹ کے بارہوین حصے کے ۷۷ بارہوین حصے حاصل ہوے یعنی ۶ بارہوین
حصے ایک م فیٹ کے اور ۵ بارہوین حصے کے بارہوین حصے اب اون حصون کو انچہ کے مد مین
لکھو اور ۶ حاصل جانو اور پہر سات بارہونکو ۱۶ مین ضرب دیا تو ۱۱۲ بارہوین حصے حاصل ہوئے اور
انکے ساتھ پہلے ۶ بارہوین حصے ملائے تو ۱۱۸ بارہوین حصے ہوئے جسکے ۱۰ بارہوین حصہ او
۹ م فٹ ہوئے بس انکو اپنے اپنے مد مین لکھکر جمع کرو
اصل معنی تو عمل کے یہی ہین جو ہم نے بیان کیئے مگر جسقدر عمل کی ضرورت پڑتی ہے وہ فقط اتنی ہے کہ

پہلی دفعہ ضرب مین ایک دفعہ بارہ پر تقسیم کرین اور دوسرے عدد کے اندر ضرب دینے مین دو دفعہ بارہ پر تقسیم
کرین پہلے ۵ مین ضرب دی تو گیارہ پنجے ۵۵ ہوئی ۱۲ پر تقسیم کیا تو ۷ بچے اور ۴ حاصل ہوئے ۷ کو نیچے
بارہوون حصونکی لکھدیا اور حاصل کو ۱۶ اور ۵ کے حاصل ضرب ۸۰ کے ساتھہ جوڑکر ۸۴ لکھدے
اب دوسرے ضرب شروع کی گیارہ ۷ سے ستتر ہوئے ۱۲ پر تقسیم کیا تو ۵ بچے اور ۶ حاصل ہوئے پانچ کو دائین
طرف علیحدہ ایکمرتبہ کے فاصلہ پر لکھدیا اور پھر ۷ کو ۱۶ مین ضرب دیا تو ۱۱۲ حاصل ہوئے اور ۶ پہلے حاصل
کے ملائے تو ۱۱۸ ہوئے انکو بارہ پر تقسیم کیا تو ۹ حاصل ہوے اور ۱۰ بچے اونکو لکھدیا تو صحیح صحیح یہہ حاصل
ہوا کہ ۹۴ م فٹ اور ۵ بارہوین م فٹ اور ۵ م انچہہ

یہہ غلط ہے

اکثر لوگ پڑہنے مین حاصل کی غلطی کرتے ہین اور یون پڑہتے ہین کہ ۹۴ م فٹ اور ۵ م انچہہ اور ۵ حصے
۵ بارہوین م فٹ کو ۵ انچہہ ٹھہرانا غلط ہے اونکو م فٹ ہی پڑہنا درست ہے

پانچوین مثال ۷½ انچہہ تختہ کا کیا طول رکھین کہ وہ ایک مربع فٹ ہو

۷½ انچہہ × طول کے تعداد انچ مین = ام فٹ یا ۱۴۴ م انچہہ اسواسطے

۱۴۴ م انچہہ ÷ ۷½ م انچہہ = ۱۹⅕ انچہہ یہی جواب ہے

چھٹی مثال ایک مربع صحن کا رقبہ ۴۲¼ مربع گز ہے تو بتاؤ اوسکے ہر ضلع کا کیا طول ہے

طول × عرض = مربع طول کی اسلئے کہ طول اور عرض دونو برابر ہین پس جب طول کا مربع ۴۲¼ ہے
تو خود طول جذر ۴۲¼ کا ہوگا اور اسلئے وہ برابر ہوگا ۶½ گز کے یہی جواب ہے

ساتوین مثال ایک کھیت مستطیل ۱۵ جریب ۲ گٹھہ طول اور ۱۳ جریب ۲ گٹھہ عرض مین ہے اوسکا
رقبہ بتلاؤ

جریب		گٹھہ		
۱۵		۲		
۱۳	،،	۲		
۱۹۶	،،	۶		
۱	،،	۱۰	،،	۴
۱۹۷ بیگہ	،،	۱۶ بسوہ	،،	۴۰ بسوانسے

مفصل عمل یہہ ہے کہ ۱۳ جریب کو ۲ گٹھہ مین
ضرب دی تو ۲۶ بسوہ حاصل ہوے ۶ بسوہ
لکھے اور ۲ حاصل کو ۱۳ اور ۱۵ کے حاصل ضرب
۱۹۵ بیگہ کے ساتھہ ملالیا اور پھر ۲ کو ۲ مین ضرب کیا
تو ۴ بسوانسی حاصل ہوئین اونکو دائین طرف ایک درجہ چھوڑکر لکھدیا اور پھر ۲ کو ۱۵ مین ضرب دیا

تو ۳۰ بسوہ جسکے ۱۰ بسوہ ۱ بیگہ ہوئے وہ لکہدئے اور دونو حاصل ضربونکو جمع کرلیا

آٹہوین مثال ایک مستطیل کہیت کا رقبہ ۳۰ بیگہ ہے اور ۵ جریب کہیت چوڑا ہے تو طول اوسکا کیا ہوگا

۳۰ بیگہ ÷ ۵ جریب = ۶ جریب یہہ طول اسکا ہے

پانچوین اور آٹہوین مثال سے لڑکونکو یہہ سمجہنا چاہئے کہ جب کسی متوازی الاضلاع کا رقبہ اور طول اور عرض مین کوئی ایک معلوم ہو تو دوسرے کے دریافت کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ رقبہ کو طول یا عرض پر جو معلوم ہو تقسیم کرین خارج قسمت طول یا عرض ہوگا عرض جو مجہول ہوگا وہ دریافت ہوگا

اور چہٹی مثال سے یہہ جاننا چاہئے کہ جب مربع کا رقبہ معلوم ہو تو اوسکے ایک ضلع کے طول معلوم کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ رقبہ کا جذر نکالین

مثالین مشق کی واسطے (۱)

طالب علمونکو چاہئے کہ موافق سوالات کی انکی سی شکلین بنالین

(۱) ایک مستطیل کہیت ۷۳ جریب لنبا اور ۳۵ جریب چوڑا ہے اوسکا رقبہ بتاؤ جواب ۲۵۵ا بیگہ

(۲) ایک فرش مستطیل ۱۸ فٹ سے ۱۶ فیٹ ہے تو بتاؤ اسمین کتنے مربع گز ہین جواب ۳۲

(۳) ایک مربع کا ضلع ۶ ا انچہ ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۲ م فٹ ۱ انچہ

(۴) ایک مربع کا ضلع ۲۳ انچہ ہے اوسکا رقبہ م فٹ مین بتلاؤ جواب $\frac{1}{9}$ ۳۶، ۷، ۳ م فٹ

(۵) ایک مستطیل ۴۹ فٹ طول مین اور ۴۳ $\frac{1}{2}$ عرض مین ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۲۳۶ م گز ۷ فٹ ۷۲ انچہ

(۶) ایک قبر کا تختہ اوپر کا ۳ فٹ ۷ انچہ سے ۳ فٹ ۵ انچہ ہے اوسکے اوپر کی سطح بتلاؤ جواب ۱۲ م فیٹ ۳۵ انچہ

(۷) ایک متوازی الاضلاع ۷ فیٹ ۵ انچہ طول مین اور ۶ فیٹ ۸ انچہ عرض مین ہے اوسکا رقبہ بوسیلہ ضرب اثنا عشر کے بتلاؤ جواب ۴۹ م فیٹ ۵ بارہوین ۴ انچہ

(۸) ایک مستطیل ۵ گز ۷ انچہ سے ۵ فیٹ ۶ انچہ ہے تو بتلاؤ اوسکا رقبہ کیا ہے

جواب ۹م گز ۴ فیٹ ۱۰۲ انچہ

(۹) ایک کہیت مین ۹۲۰ گز طول مین اور ۷۵۵ عرض مین ہے، اوسمین کتنے ایکڑ زمین ہوگی

جواب ۶ ایکڑ ۳ روڈ ۳۶٫۳۱ پول

(۱۰) ایک مربع کا ضلع ۲ فیٹ ۵ انچہ ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۵م فیٹ ۱۲۱م انچہ

(۱۱) ایک متوازی الاضلاع شبیہ بالمعین ہے اور اوسکا طول ۱۴ فیٹ ۹ انچہ اور ۷ فیٹ ۳ انچہ عرض ہے، اوسکا رقبہ ضرب اثنا عشری سے نکالکر بتلاؤ جواب ۹۹م فیٹ ۸ بارہوین ۳ انچہ

(۱۲) ایک مربع کا ضلع ۱۰$\frac{1}{4}$ فٹ ہے اوسکا رقبہ مربع گزون مین دریافت کرو جواب ۱۱$\frac{1}{144}$

(۱۳) ایک باغ مربع ہے اور اوسکا ہر یک ضلع ۱۴۵ گٹہ ہے تو بتلاؤ اوسکا رقبہ کیا ہوگا

جواب ۵۲ بیگہ ۱۱ بسوہ ۵ بسوانسی

(۱۴) اوس معین کا رقبہ بتلاؤ جسکا ایک ضلع ۲ فٹ ۴ انچہ ہے اور عرض عمودی ۱۹٫۳۲ انچہ،

جواب ۳م فٹ ۱۶٫۹۹ ۱ انچہ

(۱۵) جو شبیہ بالمعین کا طول ۵٫۱۵ گز اور عرض ۳ فٹ ۶ انچہ ہے اوسکے رقبہ مین مربعے گز بتلاؤ جواب $\frac{1}{12}$ ۶٫۰۰۸ گز

(۱۶) ایک مربع کا ضلع ۵ فٹ ۵$\frac{1}{2}$ انچہ ہے اوسکا رقبہ ضرب اثنا عشری سے بتلاؤ جواب ۲۹م فٹ ۹ بارہوین ۶$\frac{1}{4}$ انچہ

(۱۷) متوازی الاضلاع کا ایک ضلع $\frac{5}{7}$ گز اور اوسکا عمودی فاصلہ دوسرے ضلع سے ۲۵$\frac{2}{3}$ انچہ ہے تو اوسکی سطح بتلاؤ جواب ۴م فٹ ۸۴ انچہ

(۱۸) ایک مستطیل کمرہ ۱۴ فٹ ۷ انچہ طول مین اور ۱۲ فٹ ۸ انچہ عرض مین اور ۳ انچہ بلندی مین ہے تو بتلاؤ اوسکی چہت اور دیوارون مین کسقدر سطح ہوگی

جواب ۸۵۲م فٹ ۴ بارہوین ۲ انچہ

(۱۹) اگر ایک صندوق کا عرض و طول اور ارتفاع ہر ایک ۳ فٹ ۵ انچہ ہو تو اوسپر
چمڑا چاروں طرف کسقدر چڑہیگا جواب ۷۰ مربع فٹ ۱۶ انچہ

(۲۰) ایک مستطیل ۱۴ فٹ چوڑا رقبہ مین برابر ایک اور مستطیل کے ہے جو ۲۰ فٹ لنبا
۱۷ $\frac{1}{2}$ فٹ چوڑا ہے تو بتلاؤ اوسکا طول کیا ہوگا جواب ۲۵ فٹ

(۲۱) ایک دالان ۱۷ $\frac{1}{4}$ گز لنبا اور ۳ $\frac{1}{2}$ گز چوڑا ہے اوسکی فرش کے لئے کسقدر کپڑا درکار ہوگا جواب ۲۶ گز

(۲۲) ایک کمرہ ۱۵ فٹ ۹ انچہ سے ۱۳ فٹ ۸ انچہ ہے تو اوسمین $\frac{3}{4}$ گز عرض کا بوریا جو ۳ ر
۹ پائی گز آتا ہے کتنے کا لگے گا جواب ۷ روپیہ ۷ ر ۷ پائی

(۲۳) ایک شیشہ ۳ فٹ ایک انچہ لنبا ۲ فٹ ۱۰ انچہ چوڑا ہے اور ۵ چھٹانک ایک فٹ مربع کا
وزن ہوتا ہے تو بتلاؤ اوسکا وزن کیا ہے جواب ۲ سیر ۵ چھٹانک اور کچھہ اوپر

(۲۴) جس مربع کا رقبہ ۳۰ $\frac{1}{4}$ گز ہے اوسکا ضلع دریافت کرو جواب ۵ $\frac{1}{2}$ گز

(۲۵) ایک مربع برابر ایک مستطیل کے ہے جو ۱۷ گز لنبا اور ۱۲ گز چوڑا ہے تو بتاؤ اوسکا ضلع کیا ہوگا
جواب ۱۴٫۲۸۲ گز

(۲۶) ایک مکان ۲۷ گز ۵ گرہ طول میں اور ۱۹ گز ۵ گرہ عرض میں ہے تو بتاؤ ۱۵ گرہ عرض کا کپڑا
اور ۴۰ ر گز کا کتنا اور کتنے کا اوسکے فرش میں لگیگا جواب ۵۰۹ گز ۲ گرہ اور ۱۴۳ روپیہ ۲ ر

(۲۷) ایک کہیت مستطیل ہے اوسکا رقبہ ۵ $\frac{1}{4}$ ایکڑ ہے اور اوسکا طول ۸۰۲ کڑی ہے اسکا عرض دریافت کرو
جواب ۶۵۴ کڑی تقریباً

(۲۸) ایک مربع کا رقبہ ۱ فٹ مربع ۱۰ بارہویں ۸ $\frac{1}{4}$ انچہ ہے اوسکے ضلع کا طول دریافت کرو
جواب ۱ فٹ ۴ $\frac{1}{2}$ انچہ

(۲۹) رقبہ ایک مستطیل کی سطح کا ایک مربع انچہ کے پینتالیس ۴۵ سوین حصے ہے اور اوسکا عرض برابر ہے
۵۴ ہزارویں حصے ایک فٹ کی تو ثابت کرو کہ ۰٫۰۶۹۴ انچہ اوسکے ضلع کا طول ہے

(۳۰) ایک شبیہ بالمعین کے اضلاع اب اور ب س ۳۸ اور ۱۸ ہیں اور عمود جو ا

سے ب س پر نکالا جاوے ۱۰ ہے تو اوس عمود کو بتلاؤ کہ س سے ا ب پر نکالا جاوے جواب ۶ ۳/۵

(۳۱) ایک دالان ۱۹ فٹ ۶ انچہ سے ۱۵ فٹ ۹ انچہ ہے تو ۵۴ گز کپڑا کس عرض کا اوسکی فرش کے لئے کافی ہوگا جواب ۲۲ ۳/۴ انچہ

(۳۲) ۳۲ تختے کاغذ کے ۲ فٹ ۶ انچہ طول میں اور ۱ فٹ ۹ انچہ عرض میں ایک دیوار کو بالکل منڈھ سکتے ہیں تو بتاؤ اوس دیوار پر ۴ فٹ ۸ انچہ لمبی اور ۳ فٹ ۴ انچہ چوڑی تختی کتنی منڈھی جاسکینگی جواب ۹

(۳۳) ایک مکان کے ۶ کواڑ ہیں اور ہر کواڑ میں ۱۲ شیشے ہیں اور ہر شیشہ ۱۵ ۱/۲ انچہ سے ۸ ۳/۴ انچہ ہے تو بتاؤ شیشوں کی اجلوائی فی م فٹ کس حساب سے دیں کہ ہمارے صرف ۱۳ ر ۱/۲ پائی صرف ہوں جواب ۳ پائی

(۳۴) موہن کے پاس ایک کھیت ۶۷۵ گز لمبا ۵۰۷ گز چوڑا ہے اور سوہن کے پاس ایک کھیت مربع کی شکل کا ہے تو بتاؤ کسکو مینڈ بندی کا بحساب ۹ پائی فی روڈ کے حساب سے زیادہ دینا پڑیگا اور کسقدر زیادہ دینا پڑیگا جواب موہن ۸ ر

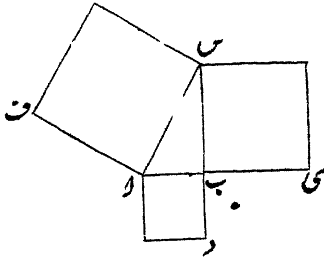
(۳۵) ایک کمرہ ۱۲ فٹ ۱۰ انچہ لمبا اور ۱۲ فٹ ۴ انچہ چوڑا اور ۸ فٹ ۴ انچہ بلند ہے اور اوسکے اندر ایک دروازہ ۶ فٹ ۹ انچہ سے ۲ فٹ ۱۱ انچہ ہے اور ایک کھڑکی ہے ۴ فٹ ۹ انچہ سے چار فٹ ۲ انچہ اور ایک انگیٹھی ہے ۳ ۱/۲ فٹ بلند اور ۳ فٹ چوڑی اور دو الماریاں دیوار میں ہیں جنمیں سے ہر ایک ۶ فٹ ۴ انچہ سے ۲ فٹ ۸ انچہ ہے اور ان الماریوں کے چاروں طرف ۷ انچہ کگر ہے اب چاہتے یہہ ہیں کہ سارے کمرونکو کمخواب سے سوا دروازوں و کھڑکی وغیرہ کے منڈھیں تو بتاؤ کتنا کمخواب صرف ہوگا جواب ۳۱۲ م فٹ ۱۰ بارہویں ۸ انچہ

فصل چہارم

مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع

(۱) اکثر مثلث قائم الزاویہ کے تینوں ضلعوں کا نام اسطرح سے لیا کرتے ہیں کہ ایک کو قاعدہ کہتے ہیں دوسرے کو عمود تیسرے کو وتر زاویہ قائمہ کے گرد جو اضلاع ہوں اونمیں سے جب ایک کو قاعدہ کہینگے تو دوسرے کو عمود اور زاویہ قائمہ کے سامنے جو ضلع ہو اوسے وتر

اب ہر مثلث قائم الزاویہ کے ضلعونکی یہہ خاصیت ہے کہ اسکے بڑے ضلع پر جو مربع بنایا جاتا ہے
وہ برابر ہوتا ہے مجموعہ دو مربعونکے جو اور باقی اضلاع پر بنائے جائین



مثلاً مثلث قائم الزاویہ ا ب س کے
ضلعون پر مربعے ا د اور س ی اور س ف
بنائے جائین تو رقبہ س ف کا برابر ہوگا مجموعہ
ا د اور س ی کے یہہ مربعون کے مساوات اکثر
اسطرح بیان کیجاتی ہے کہ اب۲ + ب س۲ = ا س۲

یہہ جو ۲ کا ہندسہ اوپر حرفون کے لکہا ہوا ہے اوس سے مراد وہ دو برابر جز ضربی ہین کہ جنمین سے ایک پیمانہ
عددی ایک خط کا ہے اور ان دونون کے باہم ضرب دینے سے رقبہ اوس خط کے مربع کا پیدا ہوتا ہے اور
اس جملہ کو پڑہتے اسطرح سے ہین کہ ا ب کا مربع جمع ب س کا مربع برابر ہے ا ب کے مربع کے

(۲) اگر مثلث قائم الزاویہ کے تین ضلعونمین سے دو ضلعے معلوم ہون تو تیسرا ضلع دریافت ہو سکتا ہے
اگر ا ب ۸ ہو اور ب س ۱۵ ہو تو ا س ۱۷ ہوگا اسواسطے کہ اب۲ + ب س۲ =
۶۴ + ۲۲۵ = ۲۸۹ جسکا جذر ۱۷ ہے
اور اگر ا س ۱۷ ہو اور ا ب ۸ ہو تو ب س ۱۵ ہوگا اسواسطے کہ ا س۲ − ا ب۲ = ۲۸۹ − ۶۴
= ۲۲۵ جسکے جذر نکالنے سے ۱۵ حاصل ہونگے

(۳) اگر جذر ضلع مطلوب کے مربع کا ٹہیک ٹہیک نہین نکلتا مثلاً اگر ا س ۱۷ ہو اور ب س ۱۲
تو ا ب ۱۴۵ کا جذر ہوگا اور وہ تقریباً ۱۲٫۰۴۱۶ ہے گو یہہ ٹہیک جذر نہین ہے

اگر منظور ہو کہ ایک مثلث قائم الزاویہ ایسا بنائین کہ اوسکے اضلاع کا طول صحیح صحیح اعداد مین تعبیر ہو
اور کچہہ کسر باقی نرہے تو اوسکی دو ترکیبین ہین
اول ترکیب یہہ ہے کہ مثلث کی ضلعون کا طول ایسا فرض کرین کہ انمین نسبت ایسی ہو جیسی کہ اعداد
۳ و ۴ و ۵ مین ہے مثلاً ست گنا ۳ کا اور ست گنا ۴ کا اور ست گنا ۵ کا طول مقرر کرلو تو اگر اضلاع جو

ایک دوسرے پر عمود ہیں ۲۱ و ۲۸ ہوں تو وتر ۳۵ ہوگا اسواسطے کہ $۲۱^۲ + ۲۸^۲ = ۱۲۲۵$ اور یہہ ۳۵ کا مربع ہے
دوسری ترکیب دو عدد ایسے لو کہ جنمیں سے ہر ایک مربع ہو پہر ان دونو عددون کو جمع کرکے ایک ضلع کا
طول لکھو اور پہر انہیں تفریق کرکے دوسرے ضلع کا اور پہر ان دونون کا جدا جدا جذر لو اور انکو ضرب
دیکر حاصل ضرب کا دوچند تیسرے ضلع کا طول مقرر کرو تو مثلث مطلوب نجاویگا مثلاً دو مربع عدد
۲۵ اور ۴ لئے اب ان کو جمع کرکے یعنی ۲۵ + ۴ تو ایک ضلع کا طول اور انکو تفریق کرکے یعنی ۲۵ - ۴
دوسرے ضلع کا طول اور انکے جذرون ۵ اور ۲ کو ضرب دیکر اور حاصل ضرب کو دوچند کرکے یعنی ۵ × ۲ کا
دوچند تیسرے ضلع کا طول مقرر کرو تو طول ضلعون کے ۲۹ و ۲۱ و ۲۰ ہونگے اب اضلاع جو ایک دوسرے پر
عمود ہیں ۲۱ و ۲۰ ہوں تو وتر ۲۹ ہوگا اسلئے کہ $۲۱^۲ + ۲۰^۲ = ۸۴۱$ اور اسکا جذر ۲۹ ہے

(۴) یہہ ذکر ہو چکا ہے کہ دو معلوم ضلعون میں جب ایک وتر ہوتا ہے تو وہاں ضرورت دو مربعون کے حاصل
تفریق کی دریافت کرنیکی ہوتی ہے اور اسکی سہل ترکیب یہہ ہے کہ ان دو عددونکے مجموعہ کو ان دو عددونکے
حاصل تفریق مین ضرب دے لو تو حاصل وہی ہوگا جو انکے مربعون کے تفریق کرنے سے حاصل ہوتا مثلاً
۱۹ اور ۱۶ کے مربعون کا حاصل تفریق دریافت کرنا ہو تو (۱۹ + ۱۶) (۱۹ - ۱۶) یعنی ۱۰۵ ہوگا

(۵) اوپر کے بیانات سے مثلث قائم الزاویہ کے ہر ضلع کے دریافت کرنے کے یہہ قواعد ذیل مستنبط ہوتے ہیں
اول قاعدہ اور عمود معلوم ہیں وتر دریافت کرنا منظور ہے

قاعدہ

قاعدہ کے مربع کو عمود کے مربع پر جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر نکالو تو یہہ جذر وتر ہوگا
دوم جب وتر اور باقی دو اضلاع میں سے ایک ضلع معلوم ہو اور دوسرا ضلع دریافت کرنا مطلوب ہو

قاعدہ

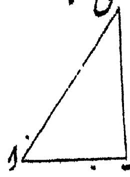
وتر کے مربع میں سے ضلع معلوم کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر لو یا یہہ کرو کہ وتر اور ضلع
معلوم کے مجموعہ کو وتر اور ضلع معلوم کے فرق میں ضرب دو اور حاصل کا جذر لو دونون صورتون میں
حاصل تیسرا ضلع ہوگا

سوم قاعدہ اور عمود میں سے ایک معلوم ہو اور باقی اضلاع کا حاصل جمع معلوم ہو یا حاصل تفریق تو باقی اضلاع کے دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے

قاعدہ

قاعدہ اور عمود میں سے جو معلوم ہو اوسکے مربع کو حاصل جمع پر اگر معلوم ہو تقسیم کرو تو حاصل تفریق اضلاع کا معلوم ہوگا اور اگر حاصل تفریق معلوم ہو تو اوسپر تقسیم کرنیسے حاصل جمع اضلاع کا معلوم ہوگا دونو صورتوں میں اضلاع کا حاصل جمع اور حاصل تفریق معلوم ہوگا اور جب مجموعہ اور حاصل تفریق دو مقداروں کا معلوم ہوگیا تو حاصل جمع کو حاصل تفریق کے ساتھہ جمع کرنے سے دو چند بڑی مقدار کا اور مجموعہ میں سے حاصل تفریق کی تفریق کرنیسے دو چند چھوٹی مقدار کا معلوم ہوگا غرض جدا جدا ضلعے معلوم ہوجاوینگے

پہلی مثال مثلث قائم الزاویہ ا ب س کے اضلاع ا ب اور ب س جو عمود ایک دوسرے پر ہیں ۲۷ اور ۳۶ ہیں اوسکا وتر ا س بتلاؤ $۲۷^۲ + ۳۶^۲ = ۷۲۹ + ۱۲۹۶ = ۲۰۲۵$ یہہ مربع وتر کا ہے اور جذر ۲۰۲۵ کا اکثر اسطرح لکھتے ہیں $\sqrt{۲۰۲۵} = ۴۵$ یہہ جواب ہے

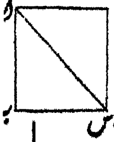


دوسری مثال وتر ۱۷۷ ہے اور قاعدہ ۱۴۱ عمود دریافت کرو

$۱۷۷^۲ - ۱۴۱^۲ = ۳۱۳۲۹ - ۱۹۸۸۱ = ۱۱۴۴۸$ یہہ مربع عمود کا ہے اسیواسطے $\sqrt{۱۱۴۴۸} = ۱۰۶٫۹۹۵$ اور تقریباً ۱۰۷ ہے اور دوسری ترکیب یہہ ہے

$(۱۴۱+۱۷۷)(۱۷۷-۱۴۱) = ۳۱۸ \times ۳۶$ جسکا جذر $۸٫۳۲۵ \times ۱۷ \times ۶ = ۱۰۷$ تقریباً

تیسری مثال ایک مربع کا ضلع ۲۱۶ گز ہے اوسکے قطر کا طول دریافت کرو اب معلوم ہے کہ ا ب ۲۱۶ گز ہے اور ب س بھی ۲۱۶ گز ہے چونکہ ا ب س مثلث قائم الزاویہ ہے تو مجموعہ مربعوں ا ب اور ب س کا برابر ہے مربع ا س کے یعنی $۲۱۶^۲ \times ۲ = ۹۳۳۱۲$ اور اسکا جذر $= ۳۰۵٫۴۷$ گز ہے



یہی جواب ہے دوسرے طرح یہہ ہے کہ $\sqrt{۲۱۶^۲ \times ۲} = ۲۱۶ \times ۱٫۴۱۴۲۱۳ = ۳۰۵٫۴۷$ گز

چوتھی مثال ایک مثلث قائم الزاویہ کا عمود ۷ گز ہے اور قاعدہ وتر کا $\frac{۷}{۱۰}$ حصہ ہے تو طول وتر کا بتلاؤ

چونکہ قاعدہ وتر کا سات دسواں حصہ ہے اسلئے قاعدہ کو ۷ اور وتر کو ۱۰ ٹھہرا سکتے ہیں اسواسطے کہ اگر وتر ۱۰ س

ایسے سوالات میں حاصل تفریق جو اضلاع کا معلوم ہو ... (margin notes)

برابر حصون پر تقسیم ہو تو قاعدہ مین آیسے سات حصے ہونگے اور اسواسطے عمود مین اسی حصے ۱۴۱۴۱۷ ہونگے یعنی ... پس جب ۱۴۱۴۱۷ حصے = ۱۷ گز کے تو ۱۰ حصے = ۸ ۲۲ ۳ ۲ گز کے یہی جواب ہے

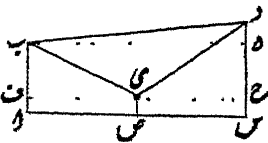
پانچوین مثال ایک زینہ ایک دیوار ۲ فٹ ٹرا ہی اور جب اوسکو زمین پر آٹھہ فٹ کی فاصلہ سے دیوار پر لگاتے ہین تو ٹہیک ٹہیک دیوار کی منڈیر پر پہونچتا ہے تو بتاؤ زینہ کتنا لنبا ہے



فرض کرو کہ اب زینہ کو تعبیر کرتا ہے اور ب س دیوار اب موجب شرط سوال کے

اس = ۸ فٹ کی اور فرق اب اور ب س کا یعنی ام = ۲ جب ہمکو اب اور ب س معلوم ہون تو اب اور ب س کے مجموعہ کو اونکے حاصل تفریق مین ضرب دیکر اس اور دریافت کرسکتے ہین لیکن اس^۲ = ۶۴ اور اب - ب س = ۲ اسیواسطے ۶۴ ÷ ۲ یا ۳۲ = اب + ب س اب ہمکو معلوم ہوگیا کہ وتر اور عمود کا مجموعہ ۳۲ ہے اور انکا فرق ۲ ہے اور اگر ام فرق کو تعبیر کرے تو ظاہر ہے کہ اب اور ب س کے مجموعہ مین سے ام کو نکال ڈالین تو ب م + ب س = دوچند ب س کے ہوگا اسیواسطے ۳۲ - ۲ = ۳۰ = دوچند ب س کی اسّے معلوم ہوا کہ ب س ۱۵ فٹ ہے اور اب زینہ ۱۷ فٹ ہے یہی جواب ہے

چھٹی مثال ایک بڑے شہر کے کہنڈرون مین دو ستون سیدھے کہڑے رہگئے ہےں اور انکی مابین ایک بت اسطرح سی کہڑا ہوا تہا کہ یہہ دونو ستون اور وہ بت ایک خط مستقیم مین تہے اور بلندیاں ستونون اور بت کی سطح افقی سے ۶۴ فیٹ اور ۵۰ فیٹ اور ۹ فیٹ ۹ انچہ اور سر بت کا ستون کلان کی چوٹی سے ۹۷ فیٹ اور ستون خرد کی سر سے ۸۶ فیٹ دور تہا تو بتاؤ دونو ستونون کے درمیان کیا فاصلہ ہے



یہان معلوم ہے کہ اب ۵۰ ہے اور س د ۶۴ ہے اور ص ی ۹٫۷۵ فیٹ ہے اور ب ی ۸۶ فیٹ

اور ی د = ۹ فیٹ ہے نقطہ ی سے ف ح اور نقطہ ب سے ب د متوازی دونو اس کے کہینچو تو یہہ متوازی اور مساوی ا س کے ہونگے د ح برابر ہے ۶۴ − ۹٫۷۵ = ۵۴٫۲۵
اور ب ف برابر ہے ۵۰ − ۹٫۷۵ = ۴۰٫۲۵ اور وہ برابر ہے ۶۴ − ۵۰ = ۱۴
اور √(ب ی² − ب ف²) = ۷۵٫۹۹۹۶ = ی ف یا ا ص کے اور
√(د ی² − د ح²) = ۸۰٫۴۱۱ = ی ح یا ص ہ کے اسواسطے ا س یا ب ہ ہے
۱۵۶٫۴۱۰۶ کے تو √(ب ہ² + ہ د²) = ۱۵۷٫۰۳۶ فیٹ کے ہی جواب ہے

مثالیں مشق کے واسطے (۲)

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۱۵ اور عمود ۲۰ ہے وتر دریافت کرو جواب ۲۵
(۲) قاعدہ ۳۰ اور عمود ۱۶ ہے وتر بتلاؤ جواب ۳۴
(۳) قاعدہ ۴ فیٹ ہے اور عمود ۴ فیٹ ۷ انچہہ ہے تو اوسکا وتر کیا ہوگا جواب ۶ فٹ ۱ انچ
(۴) وتر ۳۵ اور عمود ۲۸ ہے قاعدہ دریافت کرو جواب ۲۱
(۵) قاعدہ ۲۰ اور وتر ۵۲ ہے عمود دریافت کرو جواب ۴۸
(۶) قاعدہ ۲۳ اور عمود ۲۶ ½ ہے وتر دریافت کرو جواب ۳۵٫۰۸۹
(۷) وتر ۲٫۲۹٫۳۲ اور قاعدہ ۲۳٫۷۵۶ ہے عمود دریافت کرو جواب ۱۷٫۵۹۲
(۸) قاعدہ ۷٫۵ انچہہ اور عمود ۱ فیٹ ۵ ⅜ انچہہ وتر دریافت کرو جواب ۱ فیٹ ۶ ½ انچہہ
(۹) قاعدہ اور عمود معلوم ہیں ہر ایک اونمیں سے ۱۵ گز ہے وتر دریافت کرو جواب ۲۱٫۲۱۳۲ گز
(۱۰) ایک مستطیل کہیت کے ضلعے ۵۶۳ کڑی اور ۳۶۹ کڑی ہیں اوسکا قطر دریافت کرو جواب ۶۷۳٫۱۴۹ کڑی
(۱۱) ایک مربع کا ضلع ۷۰ گز ہے اوسکا قطر دریافت کرو جواب قریب ۹۹ کے
(۱۲) ایک مربع کا قطر ۱ ہے اوسکا ضلع دریافت کیجیے جواب ۰٫۷۰۷۱
(۱۳) ایک سیڑہی ۳۵ فیٹ بلند درخت کی پہلنگ پر ہے کی جڑ سے ۴ گز فاصلہ پر اوسکے نقطے زمین پر لگا ہوا ہے

تو زینہ کا طول دریافت کرو جواب ۳۷ فیٹ

(۱۴) ایک گلی کے دو رویہ مکان بنے ہوئے ہیں اور درمیان گلی کے ایک زینہ ۳۱½ گز رکہا ہے وہ ایک طرف تو ۳۰ گز بلند کہڑکی پر پہونچتا ہے اور دوسری طرف بشرطیکہ اوسکی پیر اسی جگہہ پر رہیں ۲۵ گز بلند کہڑکی پر پہونچتا ہے عرض گلی کا دریافت کرو جواب ۲۷½ گز

(۱۵) ایک گلی کے دو رویہ مکان بنے ہوئے ہیں اور اُسکے اندر زینہ ۳۰ گز کے فاصلہ پر مکانوں کی حد سے ۲۲½ گز بلند کہڑکی پر لگا ہوا ہے اور جب اوسے اپنی جگہہ پر پہیر کر دوسری طرف لگاتے ہیں تو وہ ۳۶ گز بلند کہڑکی پر پہونچتا ہے عرض گلی کا دریافت کرو جواب ۴۰½ گز

(۱۶) دو آدمی موہن و سوہن ایک ہی وقت میں ایک ہی مقام سے چلے موہن تو ٹہیک پورب میں ۴ میل فی گہنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے اور سوہن دکہن میں ۴½ میل فی گہنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے تو بتاؤ انمیں ۳۰ میل کا فاصلہ کتنی دیر میں ہوگا جواب ۶٫۹۴ گہنٹہ

(۱۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۵ فیٹ ۴ انچہ ہے اور دوگنا عمود برابر ہے جو گنے وتر کی تو بتاؤ اوسکا عمود کیا ہوگا جواب ۲ فیٹ ۷ ۳/۴ انچہ

(۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ۱ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو جواب ٫۸۶۶

(۱۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۱۵۴ ہے اور مجموعہ وتر اور عمود کا ۲۴۲ ہے عمود دریافت کرو جواب ۷۲

(۲۰) عمود ۴۸ ہے اور فرق وتر اور قاعدہ کا ۴ ہے تو بتاؤ اوسکا وتر کیا ہے جواب ۲۹۰

(۲۱) قاعدہ ایک مثلث قائم الزاویہ کا پانچواں حصہ مجموعہ وتر اور عمود کا ہے تو بتاؤ کم سے کم کونسے ایسے تین عدد ہیں جو اضلاع مثلث کو تعبیر کریں جواب ۵ و ۱۲ و ۱۳

(۲۲) ایک قصبہ ش قصبہ م سے ۲۱ میل کے فاصلہ پر شمال میں ہے اور ایک شخص مقام و میں ۴۳ میل مغرب کو قصبہ م سے اور دوسرا شخص مقام پ پر ۲۹ میل مشرق کو قصبہ ش سے رہتا ہے تو بتاؤ ان دو شخصوں کے مکانوں میں کیا فاصلہ ہے جواب ۷۵ میل

(۲۳) ایک چھڑی ۳۰ فیٹ بلند کھڑی تھی کسی صدمہ سے اوپر کیطرف سے ٹوٹی اور اوپر کا سرا اوسکا زمین پر ۱۸ گز کے فاصلہ سے چھڑی کی جڑ سے آن لگا تو بتاؤ کسقدر چھڑی اوپر سے ٹوٹی جواب ۲۰ $\frac{2}{5}$ فیٹ

(۲۴) ایک گلی کا عرض اور زینہ کا طول آپسمین برابر ہین اور زینہ گلی کے عرض مین زمین پر بچھا ہوا پڑا ہی اور جب اوسکے ایک سر کو اوٹھا کر گلی کے ایک طرف مین ۱۵ گز بلند مکان پر لگاتے تو دوسرے سرے کو مقابل طرف کی مکانون سے ۵ فیٹ ہٹانا پڑتا ہی تو بتاؤ طول زینہ کا کیا ہے جواب ۲۵ فیٹ

فصل پنجم

مثلثون اور منحرفون وغیرہ کے رقبونکے بیان مین

(۱) ایک مثلث کا رقبہ اوس صورت مین کہ قاعدہ اور ارتفاع عمودی مثلث کا معلوم ہے دریافت کرو

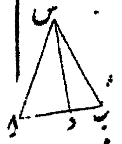
قاعدہ

قاعدہ اور ارتفاع عمودی کا نصف حاصلضرب رقبہ مثلث کا ہوگا

دلیل قاعدہ

یہہ ہے کہ سطح متوازی الاضلاع جسکا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا ہے دوچند مثلث سے ہوتی ہے

پہلی مثال ایک مثلث کا قاعدہ ۲۶ جریب اور عمودی ارتفاع ۲۸ جریب ہے رقبہ تبلاؤ

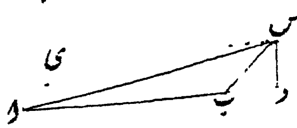


فرض کرو کہ اب س مثلث ہی اور اب ۲۶ جریب اور س د ۲۸ جریب ہے متوازی الاضلاع پوری بنائی تو اس متوازی الاضلاع کا ایک ضلع اب ۲۶ اور اوسکا فاصلہ مقابل کے ضلع سے س د ۲۸ ہی تو رقبہ اوسکا ۲۸ م × ۲۶ ہی لیکن مثلث اب س اور س ب م مین سے ہر یک نصف متوازی الاضلاع کا ہی اسواسطے اس ب کا رقبہ $\frac{1}{2}$ (۲۸ جریب × ۲۶)

= ۲۸ جریب م × ۱۳ = ۳۶۴ م جریب = ۳۶۴ بیگہ کی

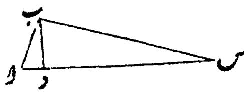
دوسری مثال ایک مثلث منفرج الزاویہ مین قاعدہ جو زاویہ منفرجہ کی گرد کی اضلاع مین ایک سے ۱۸ فیٹ $\frac{1}{2}$ ۱ اور ارتفاع عمودی ۳ فیٹ ۷ $\frac{1}{2}$ انچہ ہے اوسکا رقبہ تبلاؤ کہ کیا ہے ۔

فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہی جسمین ا ب ۲۲۲½ انچہ اور س د ۴۳¾ انچہ تو س د عرض سطح متوازی الاضلاع ی ب کا ہے اسلیئے رقبہ مثلث ا ب س کا کہ نصف متوازی الاضلاع ی ب



کا ہی ½ (۲۲۲½ م انچہ × ۴۳¾) = ۱۱۱٫۲۵ × ۴۳٫۲۵ = ۴۸۱۱٫۵۶۲۵ م انچہ یا ۳۳٫۴۱۳۶ م فٹ یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۰۰ ہے اور ایک ضلع باقی اضلاع مین سے ۹۶ ہی تو وہ حصے وتر کے دریافت کرو جو زاویہ راس قائمہ سے وتر پر عمود نکالنے سے ہوتے ہین

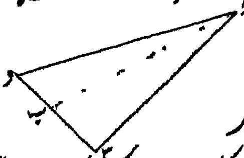


مثلاً مثلث قائم الزاویہ ا ب س مین ا س ۱۰۰ ہے اور ب س ۹۶ اسواسطے ۱۰۰² - ۹۶² یا ۴ × ۱۹۶ = ۷۸۴ جسکا جذر ۲۸ = ا ب

ا ب س کو قاعدہ مانو تو دوچند رقبہ مثلث کا = ۹۶ × ۲۸ اور جب ا س کو قاعدہ مقرر کرین تو دوچند رقبہ مثلث کا = ۱۰۰ × ب د اسواسطے ۱۰۰ گنا ب د = ۹۶ × ۲۸ یا ب د = ۲۶٫۸۸

پس جب مثلث ا ب د مین اضلاع ا ب اور ب د معلوم ہونگے تو ا د = ۷٫۸۴ معلوم ہوگا اور اسیواسطے س د = ۹۲٫۱۶ یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک تکونہ کھیت ا د س ہے جسمین کونہ س کا قائمہ ہے اور ایک خط ا ب ایسا کھچا ہے کہ کھیت کو ایسے دو حصون مین تقسیم کرتا ہے کہ ایک انمین کا ا د ب چار نوین حصہ کل کھیت کے اور ب س ۱۸۲ گٹھہ اور ا س ۴۲۴ گٹھہ ہے رقبہ مثلث کا دریافت کرو



چونکہ ا د ب کل مثلث کا چار نوان حصہ ہے تو باقی پانچ نوین حصہ ہونگے اور اسیواسطے مثلث ا ب س اور ا د س مین ایسی نسبت ہوگی جیسی کہ ۵ کو ہے ۹ سے لیکن ا ب س ہے ½ (۱۸۲ × ۴۲۴) تو ۹ پانچوین حصہ ا ب س کی ۷۲۲۱۱٫۲ ۱۰۲ بسوانسی ہونگے یا ۱۱۰ بیگہہ اور ۱۲ بسوہ

جیسا کہ مثلث ا د س کا تقسیم ہوا ہی ایسا ہی خط د س منقسم ہوا ہی یعنی اونمین ایک ہی نسبت ہی اسواسطے کہ مثلثون مین
جنکی ارتفاع ایک ہی ہو ایسی نسبت ہوتی ہی جیسی کہ اونکی قاعدون مین ہی مثال مین اوسکا اثبات اسطرح ہے کہ مثلث ا د ب =
د ب × نصف ارتفاع ا س اور مثلث ا ب س = ب س × نصف ارتفاع ا س اسواسطے ا د ب کو ا ب س سے وہ نسبت ہے
جو د ب کو ہے ب س سے ۱۲

مثالین مشق کی واسطے (۳۲)

(۱) ایک مثلث کا قاعدہ ۴۷ جریب اور ارتفاع ۱۵ جریب ہے رقبہ اسکا بتلاؤ جواب ۳۵۲ ½ بیگہہ

(۲) ایک مثلث قائم الزاویہ کے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود ہین ۲۵ گز و ۲۸ گز ہین رقبہ اوسکا بتاؤ جواب ۳۵۰ گز

(۳) ایک مثلث متساوی الساقین کا قاعدہ ۱۰ فیٹ ۵ انچہ اور ارتفاع ۷ فیٹ ¼ انچہ تو بتاؤ
اسکی سطح کی مساحت کیا ہوگی جواب ۳۶ م فٹ ۸۷ ⅛ انچہ

(۴) ایک مثلث قائم الزاویہ کے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود ہین ۱۱۰ فیٹ ۷ انچہ اور ۹۴ فیٹ ۶ انچہ ہین
اوسکا رقبہ بتلاؤ کہ کے مربع گز ہوگا جواب ¼ ۱۰۴، ۳۰۴ م گز

(۵) کتنے مربع گز وہ مثلث ہوگا جسکا قاعدہ ۱۳ ¼ پول اور ارتفاع ۲۸ ½ پول ہے، جواب ۵۷۸، ۱۱۵

(۶) کتنے مربع فیٹ رقبہ اوس مثلث کا ہوگا کہ جسکا قاعدہ ۸ ½ گز اور ارتفاع ۷ ½ انچہ ہی جواب ۹۶۸۷۵، ۷

(۷) ایک تکہوشہ مکان ہے، اور اسکا پکہا جو دوسرے پکہے سی زاویہ قائمہ بناتا ہی ۹ فیٹ ۲ انچہ لنبا ہے اور
رقبہ اسکا ۱۰۰ م فیٹ ہی تو اوسکی دوسرے پکہے کا طول کیا ہوگا جواب ۲۰ فیٹ ۴، ۱۰ انچہ

(۸) ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۲ ½ گز ہے اور ایک ضلع باقی ضلعون سے ۲ گرہ تو اسکا رقبہ بتاؤ جواب ۲ م گز

(۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۷، ۱۲۴ کڑی اور وتر ۵۶۲ کڑی ہے، تو اوسکا رقبہ کے ایکڑ ہوگا
جواب ۲ ۱۷ ۸۷، ۱ ایکڑ

(۱۰) مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۷ ۳۷/۸۴ ہی اور عمود ۲ ۱/۱۲ ہی رقبہ بتلاؤ جواب ۷ ۳۷/۸۴

(۱۱) مثلث قائم الزاویہ کا رقبہ ایک بیگہہ ۱۰ بسوہ ہے، اور قاعدہ ۲ گٹھہ ہے تو بتاؤ وتر کے جریب ہوگا جواب ۱۵ جریب

(۱۲) مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۲۰۸ ہی اور قاعدہ اور عمود مین نسبت ۵ اور ۱۲ کی ہی اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۷۶۸

(۱۳) فرض کرو کہ ایک مثلث متساوی الساقین کی ہر یک ساق ۷۰۰ فیٹ ہے اور قاعدہ ۴۶۰ فیٹ تو بتلاؤ ایسی چار مثلثوں کی زمین ملکر مساحت مین کیسے ایکڑ ہوگی جواب ۲۹۵۸ ء ۱۹ ایکڑ

(۱۴) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۳۸ گز ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کیا ہوگا جواب ۶۲۵ مربع گز تقریباً

(۱۵) ایک مثلث کا ضلع اب ۲۲۵ اور اس ۲۵۲ اور ب س ۵۳ ہے اور ب سے اس پر جو عمود نکالا جاوے وہ ۱۳۵ ہے تو بتاؤ جو عمود ا سے ب س پر نکالا جاویگا اوسکا کیا طول ہوگا جواب ۲۲ ۱/۷

(۱۶) ایک مثلث قائم الزاویہ کا عمود ۳۷ ہے اور قاعدہ ۴۲ ہے تو اوس عمود کا طول دریافت کرو کہ راس سے قاعدہ پر نکالا جاوے جواب ۲۷٫۷۶۳

(۱۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر کا وتر ۸۵ ہے اور باقی ضلعون مین ایک ضلع ۷۷ ہے اگر وتر کو قاعدہ مثلث کا مقرر کرین تو ارتفاع کیا ہوگا جواب ۳۲٫۶۱۱۸

(۱۸) اگر مربع کا ایک ضلع ۴۹٫۱۹۳۵ گز ہو اور اوسکا رقبہ اوس مثلث کے رقبہ کی برابر ہو جسکا ارتفاع ۳۸٫۴۱۲۶ ہے تو بتاؤ قاعدہ مثلث کا کیا ہوگا جواب ۱۲۶ گز

(۱۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۶۷٫۴۵۶ ہے اور وتر ۳۸٫۴۴ طول مین زیادہ بہ نسبت عمود کے ہے تو اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۱۳۴۸٫۰۱۴

(۲۰) ایک مثلث ا ب س مین اضلاع اب اور ب س ایک زاویہ قائمہ بناتے ہین اور اونکے طول ۱۹ فیٹ اور ۴۰ فیٹ ہین اگر ب سے اس پر عمود ب د نکالا جاوے تو بتاؤ ا د اور د س کا کیا طول ہوگا جواب ۷۹۲٫۰ ۱۹۴ و ۷٫۹۲۰۸ فیٹ

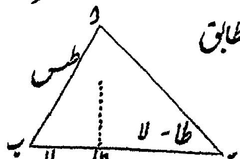
(۲۱) ایک مثلث منفرج الزاویہ کا زاویہ س منفرجہ ہے اور اوسکا ضلع اس ۲۲ فیٹ ۹ انچہ اور فاصلہ عمودی ب سے اس تک ۱۵ فٹ ۱۱ انچہ ہے اب اگر ب سے اس تک خطوط کہنچے جاوین جو مثلث کو تین ایسے حصونمین تقسیم کرین کہ دوسرا حصہ پہلے حصے سے ڈیوڑہا ہو اور تیسرا حصہ دوسرے سے ڈیوڑہا تو بتاؤ ہر یک حصہ کا رقبہ کیا ہوگا جواب ۴ م گز ۳ فٹ ۱۱۴ انچہ اور ۶ م گز ۵ فیٹ ۹۹ انچہ وغیرہ

(۲۲) مثلث کے تینون ضلعے معلوم ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

تینون ضلعون کو جمع کرو اور حاصل جمع کو نصف کرو اور اس نصف مین سے ہر ایک ضلع کو تفریق کرو اور جو تین حاصل تفریق حاصل ہون اونکو اور نصف مجموعہ اضلاع کو آپس مین ضرب دے اور حاصل ضرب کا جذر نکال لو تو ما حاصل رقبہ ہوگا

حاشیہ تینون ضلعون کو معلوم کرکے رقبہ کا دریافت کرنا ایک جھگڑے کا عمل ہے اور اوسمین محنت بہت پڑتی ہے اسلیے پیمایش کرنیوالے اکثر قاعدہ اور ارتفاع ہی کی پیمایش کرکے کارروائی کرتے ہین اور تینون ضلعون کی پیمایش کرنیکی تکلیف اپنے اوپر گوارا نہین کرتے اسی کہین مجبوری آن پڑتی ہے تو تینون ضلعون کی پیمایش کرتے ہین اس قاعدہ کا ثبوت بہی بغیر جبر مقابلہ یا علم ہندسہ کے جانے کے سمجھہ مین نہین آسکتا ایک ثبوت اوسکا جبر مقابلہ سے لکھتے ہین فرض کرو کہ اضلاع جو مقابل زاویون ا د ب د س کے ہین طا و طب و طس سے تعبیر ہوتے ہین



اور عمود سے طا دو حصون لا اور طا − لا مین تقسیم ہوتا ہے پس اوس عمود کے مربع کے مطابق

$\text{طس}^2 - \text{لا}^2 = \text{طب}^2 - \text{طا}^2 + 2\,\text{طا}\,\text{لا} - \text{لا}^2$ پس معلوم ہوا کہ

$\text{لا} = \frac{1}{2\,\text{طا}}(\text{طا}^2 + \text{طس}^2 + \text{طب}^2)$ اب بجاے عمود کے $\sqrt{\text{طس}^2 - \text{لا}^2}$ لین تو رقبہ مثلث کا $\frac{\text{طا}}{2}\sqrt{\text{طس}^2 - \text{لا}^2}$

یا $\sqrt{\frac{1}{4}\,\text{طا}^2(\text{طس} + \text{لا})(\text{طس} - \text{لا})}$ اسکی اندر لا کے قیمت مذکور کے رکہنے سے $\text{طس} + \text{لا} =$

$\frac{1}{2\,\text{طا}}(\text{طا}^2 + \text{طس}^2 - \text{طب}^2 + 2\,\text{طا}\,\text{طس})$ یا $\frac{1}{2\,\text{طا}}(\text{طا} + \text{طب} + \text{طس})(\text{طا} + \text{طس} - \text{طب})$ اور

$\text{طس} - \text{لا} = \frac{1}{2\,\text{طا}}(\text{طب}^2 - \text{طس}^2 - \text{طا}^2 + 2\,\text{طا}\,\text{طس})$ یا $\frac{1}{2\,\text{طا}}(\text{طا} + \text{طب} - \text{طس})(\text{طب} + \text{طس} - \text{طا})$

پس رقبہ $\sqrt{\frac{1}{4}\,\text{طا}^2(\text{طس} + \text{لا})(\text{طس} - \text{لا})} =$

$$\sqrt{\frac{1}{2}(\text{طا} + \text{طب} + \text{طس})\,\frac{1}{2}(\text{طا} + \text{طس} - \text{طب})\,\frac{1}{2}(\text{طا} + \text{طب} - \text{طس})\,\frac{1}{2}(\text{طب} + \text{طس} - \text{طا})}$$

اور یہی قاعدہ ہے

پہلی مثال

ایک مثلث کی اضلاع ۲۷۲ و ۲۷۵ و ۱۷۳ اگز ہین تو اوس مثلث کا رقبہ کے ایکڑ ہوگا

$\frac{1}{2}(۲۷۲ + ۲۷۵ + ۱۷۳) = ۳۶۰$

$۳۶۰ - ۲۷۲ = ۸۸ \quad ۳۶۰ - ۲۷۵ = ۸۵ \quad ۳۶۰ - ۱۷۳ = ۱۸۷$

$۸۸ \times ۸۵ \times ۱۸۷ \times ۳۶۰ = ۵۰۳۵۵۳۶۰۰$

جسکا جذر ۲۲۴۴۰ گز = ۱۴ ایکڑ ۲ روڈ ۲۱ ۴/۲۱ برج کے



دوسری مثال ایک مثلث کا ضلع اب ۲۲۵ ہے اور اس ۲۵۲ ہے اور ب س
۱۵۳ ہے تو اوس عمود کو دریافت کرو جو ب سے اس پر نکالا جاوے نصف مجموعہ اضلاع
۳۱۵ ہے اور رقبہ ہے جذر ۳۱۵ × ۹۰ × ۶۳ × ۱۶۲ اور اوسکی
معنی یہہ ہین کہ جذر ۳۱۵ × ۹ × ۳۱۵ × ۳۲۴ = ۳۱۵ × ۳ × ۱۸ لیکن رقبہ مثلث کا برابر ہے
½ (اس × ب م) یعنی ۱۲۶ گنا ب م = ۳۱۵ × ۳ × ۱۸ اسواسطے ب م برابر ہے ۳۱۵ × ۳ ÷ ۷
یعنی ۱۳۵ ہے یہی جواب ہے

دوسری ترکیب یہہ ہے کہ ا م² = اب² − ب م² اور س م² = ب س² − ب م² اب تفریق کرنے سے
ا م² − س م² = اب² − ب س² یعنی (ا م + س م) (ا م − س م) = (اب + ب س) × (اب − ب س)
یعنی ۲۵۲ × (ا م − س م) = ۳۷۸ × ۷۲ یہان سے معلوم ہوا کہ ا م − س م = ۱۰۸
یہہ فرق اون مقدارون کا ہے جنکا مجموعہ ۲۵۲ ہے تو جمع کرنے سے دوچند بڑی مقدار کا معلوم ہوگا
پس معلوم ہوا کہ ا م ۱۸۰ ہے جب اب اور ا م معلوم ہو گئے تو ب م آسانی سے معلوم ہو جاویگا

تیسری مثال دو کہیت ہین ایک مربع اور دوسرا مثلث اور ان دونو نکا رقبہ آپسمین برابر ہے اور مثلث کہیت
کے ضلعون کا نصف مجموعہ ۳۹۳½ گز ہے اور قاعدہ ۵۷ گز بڑا ایک ضلع سے اور ۳۸ گز بڑا دوسرے
ضلع سے ہے تو بتاؤ مثلث کہیت کی مینڈ اوس مربع کہیت کی مینڈ سے کسقدر بڑی ہوگی
ایک مثلث متساوی الاضلاع جو قاعدہ پر مثلث کہیت کے بنایا جاوے تو اوسکا مجموعہ اضلاع بقدر
۵۷ + ۳۸ یعنی ۹۵ گز مثلث کہیت کی مجموعہ اضلاع سے زیادہ ہوگا اسواسطے (۷۸۷ + ۹۵) گز ÷ ۳
= ۲۹۴ گز یہہ قاعدہ ہوا اور اسی سبب سے ۲۳۷ اور ۲۵۶ اور اضلاع ہوئے اور رقبہ اوسکا
۲۹۰۲۶ء۳۵ م گز ہوا پس جس مربع کا رقبہ یہہ ہو اوسکا ایک ضلع اس رقبہ کا جذر ہوگا یعنی
۱۷۰ء۳۷۱۲ گز اور اسلئے اوسکا مجموعہ اضلاع ۶۸۱ء۴۸۷ گز ہوئی اور مثلث کا مجموعہ اضلاع
۷۸۷ گز ہے

پس مثلث کھیت کی مینڈ ۱۰۵½ گز بڑے مربع کھیت سے ہوگی

مثالیں مشق کی واسطی (۴)

(۱) ایک مثلث کا رقبہ بتلاؤ جسکی ضلعے ۴ و ۵ و ۶ گٹھہ ہوں جواب ۹،۹۲۱۵۶۷

(۲) ایک مثلث کا رقبہ بتلاؤ جسکی اضلاع ۵ و ۹ و ۸ گز ہوں جواب ۱۹،۸۹۹۷۵ ام گز

(۳) ایک کھیت مثلث ہے اور اوسکی اضلاع ۳۶۵ و ۱۴۵۰ و ۱۷۰۵ اکڑی ہیں رقبہ بتلاؤ
جواب ۲ ایکڑ ۳۶،۷ پرچ

(۴) ایک مثلث کھیت کے ضلعے ۶۵۶ و ۱۸۰۰،۸ اور ۹۱۱،۵۸ کڑی ہیں رقبہ بتلاؤ
جواب ۲ ایکڑ ۲ روڈ ۹،۰۹ پول

(۵) بتلاؤ کیا لگان اوس کھیت کا ہوگا جسکے ضلعے ۲۴۷۰ و ۲۲۵۰ و ۲۱۲۰ کڑی ہیں
شرح ۲ سے فی ایکڑ جواب ۶۹ روپیہ ۲۰/

(۶) جو مربع رقبہ میں برابر اوس مثلث کی ہو جسکی اضلاع ۵۰۰ و ۸۰۰ و ۷۸۰ فیٹ ہو تو اوسکا
ضلع کیا ہوگا جواب ۲۲۲،۱۴۴ گز

(۷) قاعدہ ایک مثلث کا ۱۸۴ ہے اور اور اضلاع ۱۵۷ و ۱۶۵ ہیں ارتفاع دریافت کرو جواب ۱۳۲

(۸) ایک مثلث کا قاعدہ ۲۵۶ کڑی ہے اور اور اضلاع ۴۳۷ و ۵۴۰ کڑی ہیں تو اوسکا رقبہ اور ارتفاع
عمودی دریافت کرو جواب ۳ روڈ ۳۵،۷۲۳ پول اور ۴۲۶،۸۷ کڑی

(۹) ایک سبزہ زار مثلث ہے اور اوسکی اضلاع ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ کی نسبت رکھتی ہیں اور کل مینڈ اوسکی
۱۰۰ گز ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کیا ہے جواب ۴۷۴،۴ گز

(۳) ذوزنقہ کے دو متوازی ضلعے اور بعد عمودی ان اضلاع متوازیہ کا معلوم ہے، رقبہ اوسکا دریافت کرو

قاعدہ

دونوں خطوط متوازیکی مجموعہ کو نصف فاصلہ عمودی میں ضرب دو حاصلضرب رقبہ ذوزنقہ کا ہوگا

مثال

رقبہ ذوزنقہ اب س د کا دریافت کرو جسکے اضلاع متوازیہ اب اور دس ۳۴۲۲ اور ۱۰۴

انچہ ہین اور اوسکا عرض س ی ۹۲ انچہ ہے

اب ذوزنقہ دو مثلثون ا د س اور ا س ب مین تقسیم ہوتی ہے اب

اور رقبہ پہلی مثلث کا ½ (د س × س ی) اور رقبہ دوسرے مثلث کا ½ (اب × س ی) ہے اسلئے رقبہ دونو

مثلثون کا مکرر ½ [(اب + د س) × س ی] یا (اب + د س) × ½ س ی ہے یعنی

۳۳۸ × ۴۶ = ۱۵۵۴۸ مربع انچہ یا ۱۰۷ مربع فٹ ۱۴۰ انچہ

مثالیں مشق کے واسطے (۵)

(۱) اوس ذوزنقہ کا رقبہ کیا ہے جسکی اضلاع متوازیہ ۳۶ و ۴۴ فٹ ہین اور بعد عمود اونمین

۹ فٹ ہے جواب ۴۰ مربع گز

(۲) ایک ذوزنقہ کھیت کی اضلاع ۱۱۸۵۶ اور ۱۴۲۲۳ کڑی ہین اور اونکے درمیان عمود کا

طول ۲۱۵۰ کڑی ہے اوسکا رقبہ ایکڑون مین تبلاؤ جواب ۲۷ ایکڑ ۳ رڈ ۳۸ و ۲۳۸ پول

(۳) ایک تختہ ۹ انچہ عرض کا ہے اور اوسکی دو متوازی کنارے ۱ فٹ ۸ انچہ اور ۱ فٹ ۹ انچہ ہین

تو بتاؤ وہ ایک گز مربع کا کونسا حصہ ہوگا جواب $\frac{۴۱}{۲۸۸}$

(۴) ذوزنقہ کی شکل کا ایک ملک ہے اور اوسکی حدود متوازیہ طول مین ۲۷۶ و ۲۱۴ میل ہین

اور اوسکا عرض ۱۴۵ میل ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کے ایکڑ ہوگا جواب ۲۲۸۲۸۸۰۰ ایکڑ

(۵) ایک ذوزنقہ کا ایک ضلع متوازی ضلعون مین سے بہ نسبت دوسرے کی ۲ انچہ بڑا ہے

اور عرض ۷ انچہ ہے اور رقبہ ۶۶½ مربع انچہ ہے تو بتاؤ ہر ایک متوازی ضلع کیا ہے

جواب ۱۰½ انچہ اور ۸½ انچہ

(۶) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ برابر ایک ذوزنقہ کی رقبہ کے ہے اور اس ذوزنقہ کے

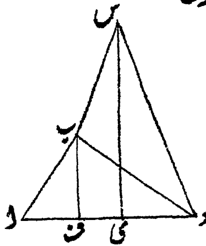
اضلاع متوازیہ ½ اور ⅚ ایک انچہ کے ہین اور عرض ⅗ انچہ ہے تو مثلث کا ضلع بتلاؤ کہ

کیا ہوگا جواب ۲۳۴۶۸ و ۰ انچہ

(۴) قواعد مذکورہ صدر سے یہہ بات عیان ہے کہ شکل مستقیمۃ الاضلاع تین ضلعے سے زیادہ اضلاع کے خواہ کیسی ہے بقاعدہ ہو اوسکا رقبہ اسطرح سے دریافت ہو سکتا ہے کہ اوس شکل کو اول مثلثون اور ذوذنقون مین تقسیم کرین اور پہر ان مثلثون اور ذوذنقون کے رقبہ کو جمع کرین حاصل جمع کل شکل کا رقبہ ہوگا

پہلی مثال

فرض کرو کہ ا ب س د کہیت کی اسطرح ایک مساح نے پیمایش کی ہے کہ ا سے ف تک ۱۶۰ کڑی اور پہر یہان سے ایک عمود ب ف ۲۳۱ کڑی اور پہر ا سے ی تک ۴۸۱ کڑی اور ی سے ی س عمود ۵۱۳ کڑی اور ا سے د تک ۴۶۸ کڑی



توان پیمایشون سے کہیت کا رقبہ دریافت کرو

$\frac{1}{2}$ (۱۶۰×۲۳۱) = ۱۸۴۸۰ ا ب ف کا رقبہ ہے

$\frac{1}{2}$ (۵۱۳×۱۸۴) = ۴۷۱۹۶ د ی س کا رقبہ ہے

(۵۱۳+۲۳۱)×۶۲ = ۴۶۱۲۸ ف س کا رقبہ ہے

کل رقبہ = ۱۱۱۸۰۴ مربع کڑی یا ایک ایکڑ ۰٫۸۹ ایکڑ یہی جواب ہے

(۲) فرض کرو ایک اور مساح اسی کہیت کی چارون ضلعون کو اسطرح ناپی کہ ا ب ۲۸۱ اور ب س ۳۰۸ اور س د ۵۴۵ اور ا د ۴۶۸ اور وتر ب د ۳۸۵ توان پیمایشون سے رقبہ کہیت کا دریافت کرو

مثلثون ا ب د اور ب س د کی تینون ضلعونکی معلوم ہونے سے یہہ رقبے دریافت ہونگے

ا ب د = ۵۴۰۵۴

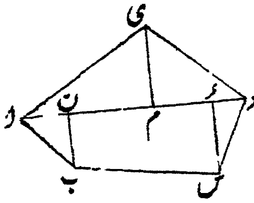
ب س د = ۵۷۷۳۶

کل رقبہ = ۱۱۷۹۰ ام کڑی کی یا ا ایکڑ ۱۸۶ ۱۸۶ مربع کی یہی جواب ہے

تیسری مثال

کہیت ا ب س دی کا رقبہ دریافت کرو اور پیمایش کرکے یہہ باتین ہم نے معلوم کرلی ہین کہ ا ن ۱۷۱ اور عمود ب ن ۸۴ اور ا م ۲۰۵ اور عمود ی م ۱۲۹ اور ا ر ۳۰۵ اور عمود

دس ۱۲۷ اور اد ۳۵۱ کڑی ہے



دوچند رقبہ ا ب ن کا ہے ۷۱ × ۸۴ = ۵۹۶۴

دوچند رقبہ ب ن ہ س کا ہے ۲۱۱ × ۲۲۴ = ۴۷۲۶۴

" س د ہ کا ہے ۴۶ × ۱۲۷ = ۵۸۴۲

" ا ی د کا ہے ۳۵۱ × ۱۲۹ = ۴۵۲۷۹

اسواسطے دوچند کل رقبہ کا = ۱٫۰۶۴۵۹ ایکڑ کے

اسواسطے رقبہ = ۵۳۲۲۹۵ء ایکڑ کے = ۲ روڈ ۲۰ء۵ پول یہی جواب ہے

انتباہ ذوار بعۃ الاضلاع ا ب س د کے رقبہ کا حساب ایک اور طرح سے بھی لگ سکتا ہے جو کہ مثلثوں س ن ہ اور س ب ہ کا قاعدہ ایک ہے اور ارتفاع بھی ایک ہی ہے تو وہ آپسمیں برابر ہیں اور ذوار بعۃ الاضلاع ا ب س د مرکب ہے مثلث ا ب ہ اور شکل ہ ب س د سے لیکن اس آخر شکل کا ایک حصہ ہ ب س برابر مثلث ہ س ن کے ثابت ہو چکا ہے اسلئے شکل ہ ب س د کے برابر مثلث د س ن کے ہوئی اور ذوار بعۃ الاضلاع ا ب س د برابر دو مثلثوں ا ب ہ اور د س ن کے ہوئے

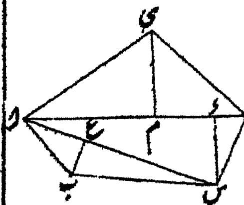
پس دوچند رقبہ ا ب ہ = ۳۰۵ × ۸۴ = ۲۵۶۲۰

" د س ن = ۲۸۰ × ۱۲۷ = ۳۵۵۶۰

" ا ی د = ۳۵۱ × ۱۲۹ = ۴۵۲۷۹

دوچند کل رقبہ کا = ۱۰۶۴۵۹ م کڑی کے

چوتھی مثال



اوپر کے کھیت کو سطح ناپ کر رقبہ دریافت کرو کہ س ع ۲۳۲ ہے اور عمود ب ع ۵۰ ہے اور س ا ۳۳۰ ہے اور ا م ۲۰۵ اور عمود ی م ۱۲۹ اور ا ہ ۳۰۵ اور عمود س ہ ۱۲۷ اور ا د ۳۵۱ کڑی ہے

دوچند (ا د ی + ا د س) کا = ا د × ی م + ا د × س ہ = ا د (ی م + س ہ)

" = ۳۵۱×۲۵۶ = ۸۹۸۵۶ م کڑی

دوچند اب س = ۵۰×۳۳۰ = ۱۶۵۰۰

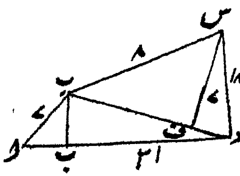
کہیت کا دوچند رقبہ ۱۰۶۳۵۶ ہے

پس معلوم ہوا کہ کہیت کا رقبہ ۸۱۷۸ء۵۳ ایکڑ یا ۲ روڈ ۱۵ پول ہے یہی جواب ہے

مثالیں مشق کے واسطے

(۱) اس کہیت کا رقبہ دریافت کرو جسکے اندر پیمایش ہو کر اعداد اضلاع پر مندرج ہیں

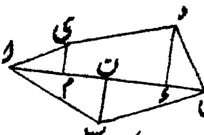
جواب ۶ بسوہ ۶ بسوانسی



(۲) اسی کہیت کی پیمایش کرو جب ہمکو پیمایش عمود ای اور س ت کی معلوم ہو جواب ۶ بسوہ ۶ بسوانسی

(۳) اب س دی کا رقبہ دریافت کرو اور ہمکو معلوم ہی کہ ا م ۹۸ ہے اور عمود ی م ۵۰ و ا ن ۱۴۸ و عمود ب ن ۷۵ و ا ء ۲۵۵ و عمود د ء ۹۷ و ا س ۳۱۳ ہے

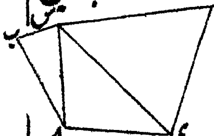
جواب ۲۸۵۴۰



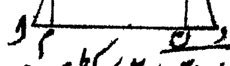
(۴) ایک ذوار بعۃ الاضلاع میں ضلع اب ۴۲ ½ فیٹ اور ب س ۱۰۷ ½ فیٹ و س د ۱۲۷ ½ و ا د ۱۵۰ ہے اور وتر ا س ۱۳۲ ½ رقبہ دریافت کرو

جواب ۲۵۳ ام گز

(۵) اسی شکل کا وتر ا س معلوم ہی کہ ۱۳۲ ½ فٹ ہی اور عمود جو ا س پر ب اور د سے نکالے جاویں ۷۵ء۵۰ و ۱۵ء۱۲۰ ہیں رقبہ دریافت کرو جواب ۲۵۳ ام گز



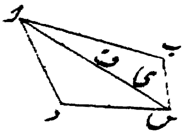
(۶) معلوم ہے ا م ۲۳ء۶ گز اور عمود ب ام ۷۵ء۱۱۶ اور ا ن ۱۴۱ء۳۲ عمود س ان ۷۵ء۱۱۶ اور ا د ۱۴۱ء۳۸ ہے تو رقبہ اب س د کا دریافت کرو



(۷) ایک پانچ ضلعے کا کہیت اب س دی ہے اب ۱۵۴ کڑی و ب س ۷۲ کڑی و س د ۲۴۰ کڑی و دی ۱۲۲۰ اور وتر س ی ۱۲۵۰ اور وتر ا س برابر ہی ضلع ا س کے اور ضلع

ب س عمود ا ب پر ہے رقبہ دریافت کرو جواب ۱ روڈ ۲۰،۴ پول

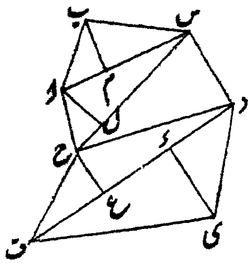
(۸) کھیت ا ب س د مین بعض ایسے موانعات پیش آئے کہ فقط یہی پیمایش ہوئی کہ ا ق ۱۲۵ اور ا ی ۲۲۳ اور ا س ۲۸۱ اور س ب ۱۸۲ اور نقطے



ق اور ی وہان ہین جہان عمود د ا اور ب سے نکالی گئی واقع ہوتے ہین رقبہ دریافت کرو جواب ۴،۰۹ ایکڑ

(۹) ایک ذو اربعۃ الاضلاع ایکڑ کا وتر ۴۲۳ کڑی اور عمود جو مقابل کے زاویون سے اوسپر نکالی جاوین اونمین نسبت ایسی ہے جیسی کہ ۱۶ کو ہے ۴۱ سے تو بتاؤ ایک عمود دوسرے عمود سے کسقدر بڑا ہوگا جواب ۸۹،۷۹ گز

(۱۰) ایک کھیت کی صورت ایسی ہے جیسی نیچے شکل

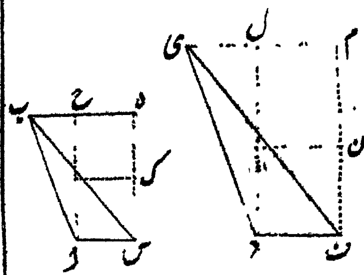


لکھی ہوئی ہے اور اوسمین یہہ پیمایش ہوئی کہ ا م ۹۸ کڑی اور عمود ب م ۱۱۴ اور ا س ۲۹۸ و س ن ۲۸۲ ¾ و عمود د ن نہین پیمایش ہوا اور س ح ۳۵۴ و ح د ۳۴۰ و د س ۱۷۰ اور د ی ۱۶۲ ¾ و عمود ی ر ۱۷۰ اور د ع ۳۲۸ ½ عمود ح ع نہین پیمایش ہوا اور د ق ۵۲۵ ہے کل رقبہ اور ضلع ق ی اور عمود جو د سے ح س پر واقع ہو دریافت کرو جواب ۱ ایکڑ ۱ روڈ ۷،۶ پول و ق ی ۴۰۰ و عمود ۱۴۱ کڑی

(۵) باب اول کے آخر مین ہمنے ذکر اشکال مستقیمۃ الاضلاع متشابہ کا کیا تھا اب ہم اتنا اور لکھتے ہین کہ ان متشابہ شکلون کی رقبون مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکی اضلاع نظیر کی مربعون مین یا اوسکی وتر کی مربعون یا عمودونکی مربعون مین ہے شکل ذیل دیکھو کہ اگر مثلث ا ب س متشابہ مثلث د ی ق کا ہو یعنی زاویئے ا اور ب اور س برابر زاویون د اور ی اور ق کے ہون موافق اپنی نظیر کے اور برابر زاویون کے گرد کے اضلاع متناسب ہون تو مثلث ا ب س کو مثلث ی د ق سے وہ نسبت ہے جو نسبت ا ب کو د ی ۲ سے ہے۔

نسبت اس۲ کو ہے دف۲ سے یا ارتفاع لح کے مربع کو ہے ارتفاع دل کے مربع سے
فرض کرو کہ اس ۳۰ ہو اور دف ڈیوڑہا یعنی ۴۵ ہو اور اب اور ب س ۴۷ و ۸۸ ہون
اور اسیواسطے دی اور دق ڈیوڑہی اونسے ہونگی یعنی ۱۱۱ و ۱۳۲ اِس طرح دو مثلث مناسب
بنائے گئے اور اونکی اضلاع نظیرہ مین ایک نسبت مشترکہ ہے اور باعتبار رقبہ کے آپسمین اسطرح
نسبتین دیجاوینگی کہ چھوٹے مثلث کو بڑی مثلث سے وہ نسبت ہے جو نسبت ۹۰۰ کو ہے ۲۰۲۵ سے
اور اس نسبت کا ثابت ہونا اسطرح نہایت آسان ہے کہ مثلثون کے رقبے دریافت کرین تو وہ ۱۰۵۶
و ۲۳۷۶ معلوم ہونگی جنمین وہی نسبت ہے جو اوپر مذکور ہوئی یہہ ثبوت خاص تہا اب عام طور پر
ثبوت حاشیہ مین لکہتے ہین

دس اور دف پر مربعے اک اور دن بنائے اور ب اور ی سے ب ہ اور ی م وغیرہ متوازی نکالی تو مثلث
لح ب اور دل ی آپسمین ظاہر متشابہ ہین اسسے ثابت ہوا کہ



اب : دی :: لح : دل اسیواسطے

لح : اس :: دل : دف یا

س ہ : س ک :: ف م : ف ن پس معلوم ہوا کہ

س ہ × اس : س ک × اس :: ف م × دف : ف ن × دف پس موافق اسکے

½ س ہ × اس : ½ ف م × دف :: س ک × اس : ف ن × دف یعنی مثلث

اب س : مثلث دی ف :: اس۲ : دف۲ اور اشکال مستقیمہ الاضلاع متشابہ جنکے ضلعے تین سے
زیادہ ہین ایسی مثلثون سے مرکب ہوتے ہین جو متشابہ ہوتے ہین اسلئے یہہ قاعدہ عامہ ہے کہ اشکال مستقیمہ الاضلاع
متشابہ کے رقبون مین نسبت ایسی ہوتی جیسی کہ اونکے اضلاع کے مربعون مین نسبت ہوتی ہے

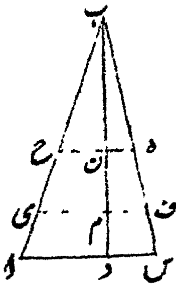
پہلی مثال

دو مثلث قائم الزاویہ متشابہ ہین اونمین سے قاعدہ ایک کا ۴۰ فیٹ ہے اور وتر ۱۰۹ پس اگر رقبہ
دوسرے مثلث کا ۳۵۷۵ ۵/۹ مربع فیٹ ہو تو اوسکا وتر کیا ہوگا عمود پہلے مثلث کا

$\sqrt{۱۶۹ \times ۴۹}$ = ۹۱ ہے اور رقبہ اوسکا ۹۱ × ۳۰ اسکو دوسرے مثلث کے رقبہ سے وہ
نسبت ہے جو ۱۰۹ کے مربع کو دوسرے مثلث کے وتر کے مربع سے ہے پس ۹۱ × ۳۰ : ۳۵۶۵ $\frac{۵}{۷}$
یا ۴۹ : ۶۴ :: $۱۰۹^۲$: $۱۰۹^۲$ × ۶۴ ÷ ۴۹ یہہ مربع وتر مطلوب کا اور جذر اسکا
۱۰۹ × ۸ ÷ ۷ = ۱۲۴ $\frac{۴}{۷}$ فٹ یہی جواب ہے

دوسری مثال ایک ذو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۱۴۰ $\frac{۱}{۲}$ مربع فٹ ہے اور ایک اوسکی وتروں میں سے
۶۳ ہے تو رقبہ ایک دوسرے ذو اربعۃ الاضلاع کا دریافت کرو جو اوسکی متشابہ ہو اور اوسکا وتر
نظیر پہلے وتر کا ۹۱ ہو $۶۳^۲$: $۹۱^۲$ :: ۲۱۴۰ $\frac{۱}{۲}$: ۴۴۶۵ $\frac{۵۳}{۵۴}$ یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک مثلث کا ارتفاع ۱۷ ہے اور وہ قاعدہ کے دو متوازی خطوط سے تین برابر حصوں میں
قطع ہوا ہے تو بتاؤ اوسکے ہر ایک حصہ کا ارتفاع کیا ہے



فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے اور ب د اوسکا ارتفاع ہے
تو اوسکی برابر حصوں ا ف اور ی ہ اور ح ہ ب کا ارتفاع
د م اور م ن اور ن ب دریافت کرو مثلث ب ح ہ اور ب ی ف
اور ب ا س تینوں متشابہ ہیں اور اونمیں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اعداد ۱ و ۲ و ۳ میں
پس اسے معلوم ہوا کہ مثلث ب ا س کے رقبہ کو مثلث ب ی ف سے وہ نسبت ہے جو ۳ کو ہے
۲ سے لیکن مثلث ب ا س کے رقبہ کو مثلث ب ی ف سے وہ نسبت ہے جو ب د کے مربع
یعنی $۱۷^۲$ کو ب م کے مربع سے پس ۳ : ۲ :: $۱۷^۲$: $\frac{۱۷^۲ \times ۲}{۳}$ = ۱۹۲ $\frac{۲}{۳}$ جسکا جذر
۱۳٫۸۸ = ب م
اور اسیطرح سے مثلث ب ا س کو مثلث ب ح ہ سے وہ نسبت ہے جو ۳ کو ہے ۱ سے
اور اسلئے ۳ : ۱ :: $۱۷^۲$: $\frac{۱۷^۲ \times ۱}{۳}$ = ۹۶ $\frac{۱}{۳}$ جسکا جذر ۹٫۸۱۵ = ب ن اب ب د میں سے
ب م تفریق کریں اور ب م میں سے ب ن کو تو د م = ۳٫۱۲ اور م ن = ۴٫۰۶۵ اور
ب ن ۹٫۸۱۵ ہے یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک لوہے کا پترا ذوزنقین کی شکل کا ہے اور اوسکے متوازی کنارے ۷ و ۱۳ انچہ ہین اور اوسکا طول ۲۰ انچہ ہے اور اوسکے بیچمین ایک خط متوازی کہنچا گیا ہے جسسے وہ دو ایسے ذوزنقہ حصونمین تقسیم ہوا ہے کہ جنکے رقبونمین ایسی نسبت ہے جیسے کہ نسبت ۷ و ۱۳ مین ہے تو بتاؤ چہوٹے کنارے سے کس فاصلہ پر یہہ متوازی خط کہنچا ہے۔ ذوزنقین معلوم ا ب س د ایک حصہ مثلث متساوی الساقین ا ح د کا ہے اور متوازی خط ی ق اوسکو تقسیم کرتا ہے اور ح م اور ب ع عمود ا د پر نکالے گئے ہین پس یہہ معلوم ہے کہ ب ع یا ء م = ۲۰ اور ب س = ۷ اور ا د = ۱۳ پس ء ن دریافت کرنا ہے



اب رقبہ ذوزنقین کا ½ (۷ + ۳) × ۲۰ = ۱۰۰ مربع انچ ہے اور یہہ ایسے دو حصون مین تقسیم ہوا ہے کہ جنمین نسبت ۷ و ۱۳ کی ہے تو ایک ۷ بیسوین اور دوسرا تیرہ بیسوین حصے کل کے ہونگے اسواسطے وہ ۳۵ و ۶۵ ہونگے اب مثلث ا ب ع اور ا ح م متشابہ ہین تو ا ع کو ب ع سے وہ نسبت ہوگی جو ا م کو ہے ح م سے

یعنی ۲ : ۲۰ :: ۳½ : ۳۵ انچہ = ح م پس یہان سے معلوم ہوا کہ ح ء ۱۵ انچہ ہے اور رقبہ ب ح س کا ۲۲½ مربع انچہ ہے اب اگر یہہ فرض کرین کہ دونون ذوزنقین مین ی س چہوٹا ہے یعنی ۳۵ ہے تو ی ح ق ۳۵ + ۲۲½ = ۵۷½ ہوگا اور ب ح س کو ی ح ق سے وہ نسبت ہے جو نسبت ح ء۲ کو ہے ح ن۲ سے یعنی ۲۲½ : ۵۷½ :: ۲۲۵ : ۵۷۵ = ح ن۲ پس معلوم ہوا کہ ح ن = √۵۷۵ = ۲۳٫۹۸ اور جب ۱۵ اسمین سے تفریق کئے تو ء ن = ۸٫۹۸

دوم فرض کرو کہ ی س بڑا دونو ذوزنقین مین سے ہے یعنی ۶۵ ہے تو ی ح ق = ۶۵ + ۲۲½ = ۸۷½ اور ۲۲½ : ۸۷½ :: ۲۲۵ : ۸۷۵ = ح ن۲ پس معلوم ہوا کہ ح ن ۲۹٫۵۸ ہے اور ۱۵ اوسمین سے تفریق کرنے سے ء ن = ۱۴٫۵۸ پس معلوم ہوا کہ چہوٹے کنارہ سے کیا تو ۸٫۹۸ انچہ یا ۱۴٫۵۸ کے فاصلہ پر خط متوازی کہنچنے سے تقسیم ہوئی ہے

مثالین مشق کے واسطے (۷)

(۱) ایک کہیت کا ضلع ۴۲۰ گز ہے تو بتاؤ اوسکو دوسرے متشابہ کہیت سے جسکا ضلع ۲۹۷ گز ہے کیا نسبت ہوگی جواب قریب دو چند ہونیکے

(۲) ایک نقشہ کا پیمانہ ۲۰ میل ایک انچہ ہے اوسمین رقبہ انگلستان اور ویلز کا ایک فیٹ مربع جگہہ گہیرتا ہے تو بتاؤ جس نقشہ کا پیمانہ ۲۵ میل فی انچہ ہوگا اوسمین کتنی جگہہ گہیریگا جواب ۹۲٫۱۶ انچہ

(۳) ایک ذوار بعۃ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۲۵ و ۵۲ و ۶۰ و ۵۵ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ ۲۱۴۰ ½ فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکے متشابہ اوس ذوار بعۃ الاضلاع کا مجموعہ اضلاع کیا ہوگا جسکا رقبہ ۲۰۰۶ ¾ مربع فیٹ ہے جواب ۱۸۵٫۹

(۴) ایک غیر منتظم مستقیمۃ الاضلاع کا سب سے چہوٹا ضلع ۸ ½ انچہ ہے اور اوسکا رقبہ ۲ ہے تو اوسکے متشابہ مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ کیا ہوگا جسکا سب سے چہوٹا ضلع ۱۱ ½ ہے جواب ۴۶۰۹ ء ۳

(۵) ایک مثلث متساوی الساقین کا رقبہ ۱۰۰ مربع گز ہے اور اوسکے متشابہ ایک اور مثلث کا رقبہ ۱۵۰ مربع فیٹ تو بتاؤ اوسکے قاعدون مین کیا نسبت ہوگی جواب ۱۲۰ : ۴۹ تقریباً

(۶) ایک کہیت ۴۰ ایکڑ کا ہے اور اوسکا ایک ضلع ۶۰۵ گز کا ہے نقشہ کشتوار مین اوسکا طول ۲ ½ انچہ ہے تو بتاؤ اوسی نقشہ کشتوار مین وہ کہیت کتنی جگہہ گہیرتا ہے جواب ۳۶٫۸ م انچ

(۷) ایک کہیت کی مینڈبندی کی لاگت ۵ روپیہ ۱۵ ار ہے تو بتاؤ اوسکے متشابہ دوسرے کہیت کی مینڈبندی کی کیا لاگت ہوگی جسمین پہلے کہیت کی ۵ مربع گز کی جگہہ مین ۳ ½ مربع گز ہین جواب ۴ روپیہ ۱۲ ار ۷ ء ۱ پائی

(۸) دو مربعون کا رقبہ ملکر ۷ ایکڑ ہے اور ایک مربع کا ضلع دوسرے مربع کی تین چوتہائی ہے تو بتاؤ ہر ایک کی رقبہ مین کے ایکڑ ہین جواب ۱۶ ء ۲ و ۸۴ ء ۳ ایکڑ

(۹) ایک کہیت تین کونہ کا ایک ایکڑ ہے اور اوسکا قاعدہ ارتفاع عمودی کے چار نوین حصے ہین تو بتاؤ قاعدہ اور ارتفاع کیا ہے جواب ۵۸ ء ۱۴۷ و ۵۹ ء ۶۵

(۱۰) ایک گاؤدم ذوزنقتین ۳ فٹ طول مین ہے اور اوسکا بڑا قاعدہ ۸ انچہ ہے اور چہوٹا قاعدہ

۵ انچھ ہے تو بتاؤ لنبان مین سے کتنا اوسمین سے قطع کرین کہ ایک فیٹ مربع مساحت مین ہو جواب ۲ فیٹ

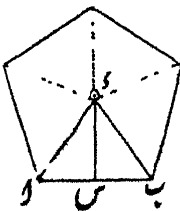
(۱۱) ایک مثلث کا قاعدہ ۵۶ افٹ ہے اور اس قاعدہ کا ایک خط متوازی اسطرح کھینچا گیا ہے کہ وہ مثلث کو دو حصونمین تقسیم کرتا ہے جنمین ایک اوپر کا حصہ نیچے کے حصہ سے وہ نسبت رکھتا ہے جو ۲ رکھتا ہے ۳ سے تو بتاؤ خط متوازی کا طول کیا ہوگا   جواب ۹۸،۶۶۳ فٹ

(۶) ہمنے متشابہ مستقیم الاضلاع کا ذکر کیا اب اوسپر کثیر الاضلاع منتظم کا حال اور زیادہ کرتے ہین

کثیر الاضلاع منتظم

کثیر الاضلاع اون سطوح کو کہتے ہین کہ اونکو چار سے زیادہ اضلاع نے احاطہ کیا ہو اور جب ان کثیر الاضلاع کے اضلاع اور زاوئے باہم برابر ہوتے ہین تو اونکو کثیر الاضلاع منتظم کہتے ہین

جس کثیر الاضلاع منتظم کے پانچ ضلعے ہوتے ہین اوسے مخمس اور جسکے چھہ ضلعے ہوتے ہین اوسے مسدس اور علی ہذا القیاس کہتے ہین تفصیل ان ناموں کی نیچے لکھی ہے، کثیر الاضلاع منتظم کا مرکز ہر ضلع سے عمود کے فاصلہ برابر رکھتا ہے پس ظاہر ہے کہ اگر ضلع اور عمود معلوم ہو تو رقبہ شکل کا اسطرح سے معلوم ہو سکتا ہے کہ نصف حاصلضرب ایک ضلع اور عمود کو تعداد اضلاع کثیر الاضلاع مین ضرب دین اسلئے کہ کہ حقیقت مین شکل مین اوتنے متساوی الساقین مثلث ہین



جتنے کہ اوسکے اضلاع ہین مثلاً اگر ا ب ضلع ایک مخمس منتظم کا ۱۲۵ ہو اور عمود د س جو مرکز سے ضلع پر نکالا جاوے ۸۶ انچھ ہو تو رقبہ مثلث ا د ب کا $\frac{1}{2}$ (۱۲۵×۸۶) ہوگا اور رقبہ کثیر الاضلاع کا جو ایسے پانچ مثلثوں سے بنی ہے یہہ ہوگا کہ $\frac{1}{2}$ (۱۲۵×۸۶) ×۵ اور اسکے معنی یہی ہین کہ نصف مجموعہ اضلاع ۸۶ گنا کیا

پس کسی کثیر الاضلاع منتظم کا رقبہ برابر نصف حاصلضرب مجموعہ اضلاع اور عمود کے ہوتا ہے لیکن یہہ رقبہ فقط اضلاع ہی کے معلوم ہونے سے بھی دریافت ہو سکتا ہے اسواسطے کہ زاویہ جو مرکز پر بنتا ہے وہ ۳۶۰ کا کوئی صحیح حصہ ہوگا مثلاً مخمس ہے تو پانچواں حصہ اور اگر مسدس ہے تو چھٹا حصہ اور علی ہذا القیاس بوساطت علم مثلث کے تمکو طول ان عمودون کا معلوم ہو جائیگا اور جب طول عمودون کا معلوم ہو گیا اور ضلعے معلوم ہی تھے تو رقبہ آپ دریافت ہو جاویگا لیکن طالب علم اکثر علم مثلث سے ناواقف ہوتے ہین اسلئے

ہم ایک جدول بنائے دیتے ہیں جسمیں چند کثیر الاضلاعون کی نسبت عمود اور ضلع کی لکھی ہوئی ہے اور ضلع برابر ایک کے فرض کیا گیا ہے

نام شکل	تعداد اضلاع	نسبت عمود کی ضلع سے
مخمس	۵	ء۶۸۸۱۹۱
مسدس	۶	ء۸۶۶۰۲۵
مسبع	۷	۱ء۰۳۸۲۶۱
مثمن	۸	۱ء۲۰۷۱۰۷
متسع	۹	۱ء۳۷۳۷۳۹
معشر	۱۰	۱ء۵۳۸۸۴۲
ذو احد عشر الاضلاع	۱۱	۱ء۷۰۲۸۴۴
ذو اثنی عشر الاضلاع	۱۲	۱ء۸۶۶۰۲۵

پہلی مثال ایک مخمس منتظم کا ضلع ۱۲۵ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

ضلع ایک مخمس کا عمود مشترک سے نسبت ایسی رکھتا ہے جیسا کہ ا رکھتا ہے ء۶۸۸۱۹۱ سے تو عمود مشترک اس مثال میں ء۶۸۸۱۹۱×۱۲۵ = ۸۶ء۰۲۴ اور رقبہ ہے

½ (۱۲۵×۵) ×۸۶ء۰۲۴ = ۲۶۸۸۲ یہی جواب ہے

دوسری مثال ایک معشر کا رقبہ ۴۸۰۸ء۸۸ م فٹ ہے تو اوسکے ضلع کا طول بتلاؤ

جب ضلع معشر کا ایک ہو تو مجموعہ اضلاع ۱۰ ہوگا اور عمود مشترک ۱ء۵۳۸۸۴۲ ہے اور رقبہ ہی ۵×۱ء۵۳۸۸۴۲ = ۷ء۶۹۴۲۱ اور معشران منظم کے رقبے آپسمیں وہ نسبت رکھتے جو اونکے ضلعون کے مربعے تو ۷ء۶۹۴۲۱ : ۴۸۰۸ء۸۸ :: ۱ : ۶۲۵ یہہ ضلع کا مربع ہے

√۶۲۵ = ۲۵ فیٹ یہی جواب

مثالیں مشق کے واسطے (۸)

(۱) ایک مسبع کا ضلع ۵۹ فیٹ ہے اوسکا رقبہ بتاؤ جواب ۱۴۰۵۰۵۱۷م گز

(۲) ایک کثیر الاضلاع منتظم بارہ ضلعے کی شکل کا عمود مشترک ۱۵ انچہہ ہے اوسکا رقبہ بتاؤ
جواب ۱۷۱۴م فٹ کی قریب

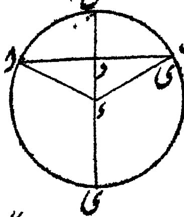
(۳) ایک مخمس کا ضلع ۷۰۳ فٹ ہے اور ایک مسدس کا ضلع ۳۰۰ فیٹ ہے تو بتاؤ رقبہ مخمس مین رقبہ مسدس سے کسقدر مربع فیٹ زیادہ ہونگے جواب ۶۲، ۱۷۰۶

(۴) ایک مثمن منتظم کا رقبہ ۱۵۰ مربع گز ہے اوسکے ضلع کا طول دریافت کرو
جواب ۹ ۳/۴ فیٹ

(۵) ضلع ایک مثمن منتظم کا ۲۷،۳۰۵ ہے تو بتاؤ اوس مربع کا ضلع کیا ہوگا جسکا رقبہ برابر مثمن کے رقبہ کے ہے جواب ۶۶

فصل ششم

اس فصل مین اون طول خطوط کی پیمایش کا ذکر ہے جو دائرہ سے متعلق ہین



(۱) قوس کے دو طرفون مین جو سیدھا فاصلہ ہوتا ہے اوسکو وتر قوس کہتے ہین
مثلاً قوس ا س ب کا وتر ا ب ہے اور وہ قوس ا ی ب کا
لیکن اکثر چھوٹے ہی قوس کے وتر پر اطلاق اوسکا کیا کرتے ہین
ایک قطر ا و سے قائمی بناتا ہوا وتر ا ب پر نکالین تو وتر اور قوس دونون کی اوسے تنصیف ہوجائیگی اور ا د برابر ہوگا د ب کے اور قوس ا س نصف قوس ا س ب سے ہوگی اور قوس اور وتر کے درمیان قطر کا حصہ س د ارتفاع قوس ا س ب کا اور قوس ا ی ب کا ارتفاع د ی ہے اور خط مستقیم ا س وتر قوس ا س یعنی نصف قوس ا س ب کا کہلایگا
پس یہہ چارون خطوط قطر اور ارتفاع قوس اور وتر قوس اور وتر نصف قوس آپسمین ایسی نسبت رکھتے ہین کہ اگر انمین سے دو کی پیمایش اعداد مین معلوم ہو تو باقی کی پیمایش معلوم ہوسکتی ہے اس معلوم کرنیکے واسطے یہہ چلے بتائے ہین

ا ڈ = ی د × س د اور ا س۲ = ی س × س د

ا س۲ = ی س × ۱/۲ (ی س − √(ی س۲ − ا ب۲))

حاشیہ ا ڈ۲ = ا ی۲ − ی ڈ۲ = ی ڈ۲ − ی د۲ = (ی ی + ی د) (ی د − ی د) = ی د × د س اور

ا س۲ = ا ڈ۲ + س ڈ۲ = ی د × د س + س ڈ۲ = (ی د + س د) × س د = ی س × س د

اور س د = ای − ی د = او − √(ا ی۲ − ا ڈ۲) = ۱/۲ (ی س − √(ی س۲ − ا ب۲))

ان جملون سے یہہ قواعد مستنبط ہوتے ہین

اول قوس کا ارتفاع اور قطر معلوم ہے وتر دریافت کرو

قاعدہ

قطر کے جو وتر سے دو حصے ہوتے ہین اون کو ضرب دو اور حاصل ضرب کا دو چند جذر لو تو وتر معلوم ہوگا

قطر کے یہہ دونو حصے دونو قوسون کے ارتفاع ہونگے

دوم قوس کا ارتفاع اور قطر معلوم ہے وتر نصف قوس کا دریافت کرو

قاعدہ

قطر کو ارتفاع قوس مین ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر لو تو وتر نصف قوس کا معلوم ہوجاویگا

سوم قوس اصغر کا وتر اور قطر معلوم ہے وتر نصف قوس کا دریافت کرو

قاعدہ

قطر اور وتر کے مربعونکی حاصل تفریق کا جذر قطر مین سے تفریق کرو اور نصف حاصل تفریق کو قطر مین ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکالو تو وتر نصف قوس کا معلوم ہوگا

(۲) ان صورتونکے سوای اور صورتون کے لئی قاعدے بیان کرنے عبث ہین اسلئے کہ طالب علمونکو یہہ قاعدہ خوب معلوم ہے کہ مثلث قائم الزاویہ مین جب دو ضلعے معلوم ہوتے ہین تو تیسرا ضلع کسطرح دریافت کرتے ہین حساب کے معلوم ہونیسے بہت صورتون مین اونکو مجہول معلوم ہوجاوینگی اور قطع نظر اسکے ہم مثالین ایسی لکھتے ہین کہ جسسے خوب توضیح مطلب کی ہوجاویگی

پہلی مثال ایک قوس کا ارتفاع ۲ اور دائرہ کا قطر ۵۲ ہے قوس کا اور نصف قوس کا وتر دریافت کرو

س ی ۵۲ ہے اور س د ۲ ہے تو نصف قطر ا ی یا س ی ۲۶ ہے اور

عمود د ی = ۲۶ - ۲ = ۲۴

اور ا ی^2 - ی د^2 = ا د^2 = ۲۶^2 - ۲۴^2 = ۱۰۰ اسواسطے ا د = ۱۰ یا ا ب = ۲۰ یہہ کل قوس کا وتر ہے

اور ا د^2 + د س^2 = ا س^2 = ۱۰۰ + ۴ = ۱۰۴ اسواسطے ا س = √۱۰۴ = ۱۰٫۱۹۸ یہہ وتر نصف

قوس کا ہے مگر ہم دو اول قواعد مذکور الصدر کی استعانت سے زیادہ آسانی سے ہم اس سوال کو اسطرح

حل کر سکتے ہیں ۲ × √(۲×۵۰) = ۲۰ یہہ وتر کل قوس کا ہے √(۲×۵۲) = ۱۰٫۱۹۸ اور وتر نصف قوس کا

دوسری مثال ایک قوس کا وتر ۶۰ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۶ فیٹ ہے قطر اور وتر نصف قوس کا دریافت کرو

ی د × س د = ا د^2 یعنی ی د × ۱۶ = ۹۰۰ اسواسطے ی د = ۹۰۰ ÷ ۱۶ = ۵۶ ۱/۴

اور ی د + س د = ۷۲ ۱/۴ فیٹ یہہ قطر ہے

تیسری مثال ارتفاع ایک قوس کا ۵ فیٹ ۶ انچہ ہے اور وتر نصف قوس کا ۱۱ فیٹ ۴ انچہ

قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر دریافت کرو

ا د^2 = ا س^2 - س د^2 = ۱۳۶^2 - ۶۶^2 اسواسطے ا د = √۱۴۴۰۰ = ۱۲۰ انچہ

یا ۱۰ فیٹ کی اور ا ب = ۲۰ فیٹ یہہ وتر قوس کا ہے

اور ی س × س د = ا س^2 یعنی ی س × ۶۶ = ۱۳۶^2 اسواسطے ی س

= ۱۸۴۹۶ ÷ ۶۶ = ۲۸۹ انچہ یا ۲۴ فیٹ ۱ انچہ یہہ قطر ہے

چوتھی مثال ایک قوس کا وتر ۲۰ ہے اور نصف قوس کا وتر ۱۰٫۱۹۸ ہے

قوس کا ارتفاع اور قطر دریافت کرو

س د^2 = ا س^2 - ا د^2 = ۱۰۴ - ۱۰۰ = ۴ اسواسطے س د = ۲ یہہ ارتفاع ہے

اور ی س × س د = ا س^2 یعنی ی س × ۲ = ۱۰۴ اسواسطے ی س = ۵۲ یہہ قطر ہے

پانچویں مثال نصف قوس کا وتر ۱۳۶ ہے اور قطر ۲۸۹ تو بتاؤ قوس کا ارتفاع اور وتر کیا ہے

س ی × س د = ا س^۲ یعنی ۲۸۹ × س د = ۱۳۶^۲ اسواسطے س د = ۱۸۴۹۶ ÷ ۲۸۹ = ۶۴

یہہ ارتفاع ہے

اور ا د^۲ = ا س^۲ − س د^۲ = ۱۳۶^۲ − ۶۴^۲ اسواسطے ا د = $\sqrt{14400}$ = ۱۲۰

یا ا ب = ۲۴۰ یہہ قوس کا وتر ہے

چھٹی مثال اگر ایک دائرہ مین قوس کا وتر ۲۰ فیٹ طول مین ہو اور قطر ۵۲ فیٹ تو بتاؤ چھوٹے قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر کیا ہے ء د^۲ = ا ء^۲ − ا د^۲

= ۲۶^۲ − ۱۰^۲ = ۵۷۶ اسواسطے ء د = ۲۴ اور س د = ء س − ء د =

۲۶ − ۲۴ = ۲ فیٹ یہہ ارتفاع ہے

اور ا س^۲ = س د^۲ + ا د^۲ = ۴ + ۱۰۰ = ۱۰۴ اسواسطے ا س = ۱۰٫۱۹۸ فیٹ

یہہ نصف قوس کا وتر ہے

دوسری ترکیب بموجب صورت سوم دفعہ اول کے ا س^۲ =

س ی × ½ (س ی − $\sqrt{(\text{س ی}^2 - \text{ا ب}^2)}$) یعنی ۵۲ × ½ (۵۲ − ۴۸) = ۱۰۴ اسواسطے

ا س = ۱۰٫۱۹۸ فیٹ

مثالیں مشق کی واسطے (۹)

(۱) ایک قوس کا وتر ۵۴ ہے اور ارتفاع ۳ ہے قطر دریافت کرو جواب ۷۲ ۳/۴

(۲) ایک قوس کا ارتفاع ۳ انچہ ہے اور نصف قوس کا وتر ۶ انچہ ہے تو کل قوس کا وتر کیا ہوگا جواب ۱۰٫۳۹۲۳ انچہ

(۳) ایک قوس کا وتر ۴۲ ہے اور ارتفاع ۳ ½ تو بتاؤ نصف قطر کیا ہے جواب ۶۴ ۳/۴

(۴) ایک قوس کا وتر ۱۲ فیٹ ہے اور نصف قوس کا وتر ۶٫۵ انچہ ہے قوس کا ارتفاع دریافت کرو جواب ۶۵ انچہ

(۵) نصف قوس کا وتر ۷ فیٹ ہے اور قطر ۱۰ ½ فیٹ قوس کا ارتفاع دریافت کرو

جواب ۴ فیٹ ۸ انچھہ

(۶) ایک قوس کا ارتفاع ۵ انچھہ ہے اور قطر ۸ انچھہ نصف قوس کا وتر دریافت کرو

جواب ۶٫۳۲۴۶

(۷) قطر دائرہ ۱۳۶۹ ہے تو اوس قوس کا ارتفاع دریافت کرو جسکا وتر ۸۴۰ ہے

جواب ۱۴۴ یا ۱۲۲۵

(۸) کل قوس کا وتر ۳ فیٹ ۴ انچھہ اور ارتفاع ۱ فیٹ ۹ انچھہ ہو تو اوسکی نصف قوس کا وتر کیا ہوگا جواب ۲ فیٹ ۵ انچھہ

(۹) اوس دائرہ کا قطر کیا ہوگا جسمین وتر کل قوس کا ۴۸ ہے اور وتر نصف قوس کا ۵۴ ہے جواب ۷۲٫۹

(۱۰) اوس دائرہ کا قطر کیا ہوگا جسمین وتر کل قوس کا ۸۴۰ ہے اور نصف قوس کا وتر ۴۴۴ ہے

جواب ۱۳۶۹

(۱۱) اوس قوس کا ارتفاع بتلاؤ جسکا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور قطر دائرہ ۵۱۰ فیٹ ۲ انچھہ ہے

جواب ۱۱۰ فیٹ

(۱۲) ایک دائرہ کا قطر ۱۱۳ ہے اوسمین ایک قوس کا وتر ۱۵ ہے تو اوس قوس سے دوچند کا وتر کیا ہوگا جواب ۲۹ $\frac{۸۳}{۱۱۳}$

(۱۳) ایک دائرہ کا قطر ۱۱۰٫۸ ہے اور اوسکے دو حصے ایک وتر سے جسکا طول ۴۶ ہو گئے ہیں تو نصف قوس اصغر کا وتر کیا ہوگا جواب ۲۳٫۵۳۷۲

(۱۴) ایک دائرہ کا قطر ۲۷ ہے اور وتر مشترکہ اوسکے دو قوسون کا ۱۲ ہے تو نصف چھوٹے قوس کا وتر دریافت کرو جواب ۶٫۰۸۲۷

(۱۵) دائرہ کا محیط ایک وتر سے جسکا طول ۲۰٫۷ ہے دو قوسون مین تقسیم ہوا ہے اور قطر اوسکا ۱۶٫۸۱ ہے تو چھوٹے قوس کا ارتفاع اور نصف بڑے قوس کا وتر دریافت کرو

جواب ارتفاع ۱۸۱ اور وتر ۱۶۴۰

(۱۶) ایک دائرہ کا قطر ۱۶۹ ہے اور اوسکا محیط ایک وتر سے کہ طول مین ۱۲۰ ہے دو قوسون مین تقسیم ہوتا ہے تو چھوٹے قوس کی چوتھائی قوس کا وتر کیا ہوگا جواب ۳۳٫۱۴۳۶

(۱۷) ایک دائرہ کا قطر ۵۰۴۰٫۸ ہے اور ارتفاع قوس کا ۲۰٫۰۸ ہے تو اوس قوس سے دوچند قوس کا ارتفاع کیا ہوگا جواب ۸۰

(۳) قطر اور محیط کی نسبت کا بیان — محیط اور قطر مین نسبت اصم ہے وہ کبھی پوری نہین نکلی ہے نہ نکلیگی مگر ہان اتنا ہے کہ اوسکو جسقدر چاہین تقریباً دریافت کر سکتے ہین متقدمین نے نسبت قطر اور محیط کی ۷ و ۲۲ کی سی بتلائی متاخرین نے اوسکو زیادہ قریب بصحت کرکے یہہ کہا کہ قطر اور محیط مین نسبت ایسی ہے جیسی کہ ۱ کو ۳٫۱۴۱۶ سے اور پہر اسسے بہی زیادہ تر یہہ نسبت قرار پائی جو ۱۱۳ کو ہے ۳۵۵ سے اور پہر اسسے بہی بہت زیادہ صحیح کے قریب یہہ نسبت مقرر ہوئی جو ۱ کو ہے ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵ سے اور اسسے آگے بہی قریب بصحت نسبت دریافت کر سکتے ہین مگر روزمرہ کی کارروائی کے لئے فقط نسبت ۱ : ۳٫۱۴۱۶ کی کافی ہے

اس نسبت تقریبی کو بتلانا اسطرح سے کہ بہت سے مبتدی لڑکون کی سمجھہ مین آجاے مشکل ہے مگر شاید سب سے زیادہ عمدہ ترکیب اوسکے بتلانیکی یہہ ہو جو ہم اب لکہتے ہین اوسسے زیادہ کوئی صاف اور سیدہی ترکیب نظر نہین آتی اور وہ اس کتاب پر پہنچتی ہے اوسکا استخراج دفعہ ۱۷ کی تیسرے جملہ پر موقوف ہے فرض کرو کہ ایک مسدس دائرہ کی اندر بنایا گیا ہے تو اوسکا ایک ضلع برابر نصف قطر کے ہوگا پس اگر قطر دائرہ ۲ ہو تو ضلع اوس مسدس کا یا وتر مسدس محیط دائرہ کا ۱ ہوگا اب اگر بارہ ضلعے کی شکل دائرہ مین بنائی جاوے تو اوسکا ایک ضلع وتر ہوگا نصف مسدس محیط دائرہ کا اور وہ اس صورت سے دریافت ہوگا کہ $د^2 = ق \times \frac{1}{2}\left(ق - \sqrt{ق^2 - ت^2}\right)$ جسمین د وتر نصف قوس کا اور ق قطر دائرہ کا اور ت وتر کل قوس کا ہے پس جب قطر ۲ ہے تو اوپر کی صورت جبریہ کی شکل یہہ ہوگی کہ $د^2 = 2 - \sqrt{4 - ت^2}$ پس موافق اسکے جب وتر چھٹے حصہ محیط کا ۱ ہے تو بارہوین حصے کا یہہ ہوگا $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ اب اگر یہہ د

کی جگہہ پر کہا جاوے تو وتر چوبیسوین حصہ کا $\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ اور علی ہذا القیاس اڑتالیسوین حصہ کا $\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$ اب اگر اسیطرح سے قوسونکو تنصیف کرتے جائین اور یہی عمل کرین تو دریافت ہوگا کہ وتر بہت قریب قریب اپنے قوسون کے ہوجاتی ہین یعنی جو عدد نہایت چھوٹے نصف قوس کے وتر کو تعبیر کرتے ہین وہ قریب قریب ہوتے ہین نصف اون عددونکے جو کل قوس کے وتر کو تعبیر کرتے ہین توضیح اوسکی جدول مفصلہ ذیل سے ہوتی ہے اوسکے عددون پر غور کرو تو اوپر کا بیان سمجھہ مین آجاویگا

جب نصف قطر ۱ ہو تو وتر

چھٹی حصہ کی محیط کا	۱٫۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰
بارہوین حصہ کا	٫۵۱۷۶۳۸۰۹۰۲۰
چوبیسوین حصہ کا	٫۲۶۱۰۵۲۳۸۴۴۴
اڑتالیسوین حصہ کا	٫۱۳۰۸۰۶۲۵۸۴۶
چھیانوین حصہ کا	٫۰۶۵۴۳۸۱۶۵۶۴
۱۹۲ وین حصہ کا	٫۰۳۲۷۲۳۴۶۳۲۵
۳۸۴ وین حصہ کا	٫۰۱۶۳۶۲۲۷۹۲۱
۷۶۸ وین حصہ کا	٫۰۰۸۱۸۱۲۰۸۰۵
۱۵۳۶ وین حصہ کا	٫۰۰۴۰۹۰۶۱۲۵۸
۳۰۷۲ وین حصہ کا	٫۰۰۲۰۴۵۳۰۷۳۶
۶۱۴۴ وین حصہ کا	٫۰۰۱۰۲۲۶۵۳۸۱
۱۲۲۸۸ وین حصہ کا	٫۰۰۰۵۱۱۳۲۶۹۲
۲۴۵۷۶ وین حصہ کا	٫۰۰۰۲۵۵۶۶۳۴۶

اب ان اعداد کو غور سے دیکھو تو معلوم ہوگا کہ آخر وتر گیارہ مرتبہ کے عشاریہ تک مطابق ہے اپنے

ماقبل کی نصف وتر کی بس اسّے تحقیق معلوم ہوا کہ اگر قطر دائرہ کا ۲ ہو تو طول ایک قوس کا جو
[illegible] وان حصہ محیط کا ہے برابر ہوگا اپنے قوس کے وتر کے گیارہ مرتبہ کے اعشاریہ تک
ہین یعنے ۲۴۵۷۶ وان حصہ محیط کا = ۰٫۰۰۰۲۵۵۶۶۳۴۶ پس اسّے معلوم ہوا کہ کل محیط
= ۲۴۵۷۶ گنی قوس = ۶٫۲۸۳۱۸۵۲ دائرہ کا قطر ۲ ہے اسّے ثابت ہوا کہ جس دائرہ کا
۱ ہے اوسکا محیط ۳٫۱۴۱۵۹۲۶ ہے اور دائرے سب آپسمین متشابہ ہوتے ہین اسلئے محیط ہر دائرہ کا
۳٫۱۴۱۵۹۲۶ گنا قطر سے ہوا

(۴) قطر دائرہ کا معلوم ہے محیط دریافت کرو

قاعدہ

قطر کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو حاصل ضرب محیط ہوگا

دائرہ کا محیط معلوم ہے قطر دریافت کرو

قاعدہ

محیط کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو یا اسکے متکافی ۱ ÷ ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو یعنی
۰٫۳۱۸۳۱ مین حاصل ضرب محیط ہوگا **انتباہ** جہان قطر مین بہت سے مراتب اعداد
ہون وہان ترکیب ذیل کا استعمال عمل کو نہایت آسان کردیگا ظاہر ہے کہ ۳٫۱۴۱۶ برابر ہے
۳٫۰۸ × ۱٫۰۲ اور ۳٫۰۸ کا پچاسوان حصہ برابر ہے ۰٫۰۶۱۶ کے اور ۳٫۰۸ + ۰٫۰۶۱۶
= ۳٫۱۴۱۶ تو اسّے معلوم ہوا کہ کسی عدد کو ۳٫۰۸ مین ضرب دین اور حاصلضرب پر
حاصلضرب کا پچاسوان حصہ زیادہ کردین تو وہی حاصل جو اوس عدد کو ۳٫۱۴۱۶
مین ضرب دینے سے حاصل ہوتا

پہلی مثال قطر دائرہ ۵۳٫۶۶۹۴ ہے محیط دریافت کرو

ترکیب مروجہ	آسان ترکیب
۴۹۶٫۳۵	۴۹۶٫۴۵
۳٫۱۴۱۶	۳٫۰۸
۲۹۷۸۱۰	۳۹۷۰۸۰
۴۹۶۳۵	۱۴۸۹۰۵
۱۹۸۵۴۰	۱۵۲۸٫۷۵۸۰
۴۹۶۳۵	
۱۴۸۹۰۵	۱/۵۰ حصہ = ۳۰٫۵۷۵۱۶
۱۵۵۹٫۳۳۱۶ یہہ جواب ہے	۱۵۵۹٫۳۳۱۶ یہہ جواب ہے

دوسری مثال ایک دائرہ کا نصف قطر ۶٫۹۵ فیٹ ہے، تو اوسکی محیط جو قوس ۵° ۳۷′ ۱/۲ کی ہے اوسکا طول تبلاؤ کیا ہوگا

قطر دائرہ ۱۳٫۹ ہے اور محیط ۳٫۱۴۱۶ × ۱۳٫۹ = ۴۳٫۶۶۸

یہہ طول ۳۶۰° کا ہے

اب ۵° ۳۷′ ۱/۲ یا ۵ ۵/۸ درجہ ۶۴ واں حصہ ۳۶۰° کا ہے اسواسطے ۴۳٫۶۶۸ ÷ ۶۴

= ۶۸۲۳٫ فیٹ کے یہی جواب ہے

تیسری مثال دائرہ کا محیط ۱۵۵۹٫۳۳ ہے قطر اوسکا دریافت کرو

۱۵۵۹٫۳۳ ÷ ۳٫۱۴۱۶ یا ۱۵۵۹٫۳۳ × ۳۱۸۳۱٫ = ۴۹۶٫۳۵

چوتھی مثال کس نصف قطر پر دائرہ بناویں کہ اوسکے محیط کی قوس ۲° ۴۴′ ۲۵ ۱/۲″ کا طول ۱۴ فیٹ ہو

جب ۷۸۶۵ ۱/۲ دقیقہ کا طول ۱۴ فیٹ ہو تو

ایک دقیقہ کا طول ۲۸/۲۳۵۷۳۱ ہوگا

۳۶۰ درجہ = کل محیط × (۳۶۰ × ۶۰ × ۶۰ × ۲۸)/۲۳۵۷۳۱

∴ نصف قطر = (۳۱۸۳۱٫ × ۳۶۰ × ۶۰ × ۶۰ × ۲۸)/(۲۳۵۷۳۱ × ۲) = ۲۴ ۱/۲ فیٹ کے یہی جواب ہوا

مسئلہ نمبری ۱۰

(۱) جس دائرہ کا قطر ۲۹ انچ ہے اوسکا محیط دریافت کرو جواب ۱۰۶ء۹۱ انچ

(۲) اوس دائرہ کا محیط کیا ہے جسکا قطر ۷۹۴۷ء۱۸ فیٹ ہے جواب ۷۰۱ء۱۱۶۱ انچ

(۳) زمین کا قطر ۷۹۱۶ میل ہے اوسکا محیط بتلاؤ جواب ۲۴۸۶۹

(۴) ایک دائرہ کا قطر ۳۸۷ء۹۱ فیٹ ہے اوسکی محیط کے تیرہویں حصہ کا محیط دریافت کرو جواب ۱۴۳ فیٹ

(۵) ایک دائرہ کا قطر دریافت کرو جسکا محیط ۷۹۰ گز ہے جواب ۲۵۳ء۴۹۳ گز

(۶) اگر ایک دائرہ کا محیط ۲۲۰ فیٹ ہو تو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہوگا جواب ۲۷۸ء فیٹ

(۷) ایک مدور کھیت کا نصف قطر ۴۳ گز ہے تو بتاؤ اوسکی مینڈبندی کی لاگت بحساب ۷ر۱۰ پائی فی گز کیا ہوگی جواب ۳۵ روپیہ ۳ر۹ پائی

(۸) اگر نصف النہار زمین کے ایک درجہ کا طول ۶۹ء۱ ہو تو بتاؤ زمین کا قطر کیا ہوگا جواب ۷۹۱۸

(۹) جس دائرہ کا قطر ۱۵ انچ ہے اوسکے محیط کی ۱۷ء۱۶ کا کیا طول ہوگا جواب ۲۴۰۲ء۲ انچ

(۱۰) ایک دائرہ کا قطر ۵ فیٹ ہو تو اوسکے ۸ فیٹ لمبی قوس مین کے درجے ہونگے جواب ۱۸۳ ۲۰ ۷ ۴۶

(۱۱) ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۰ فیٹ ہو تو اوسکے محیط کے ۱۹ انچ مین کے درجے ہونگے جواب ۲۲ و ۴۰ و ۴۶

(۱۲) ایک دائرہ کے محیط مین ۷ و ۴۳ و ۵۴ کا طول ۵ انچ ہو تو بتاؤ دائرہ کا قطر کیا ہے جواب ۱ فٹ

(۱۳) دائرہ کے اوس قوس مین کے درجے ہونگے جو اوسکے نصف قطر کے برابر طول میں ہے جواب ۵۷ ۱۷ ۴۵

(۱۴) ایک دائرہ کے قوس ۵۷ و ۳۰ کے طول مین برابر ہے دوسرے دائرہ کے قوس ۵۳ و ۴۸ کے

پس اگر محیط پہلے دائرہ کا ۲۱ فیٹ ہو تو دوسرے دائرہ کا قطر کیا ہوگا جواب ۶۶۲ء۷

(۱۵) ایک باغ کے گرداگرد چکر کی سڑک بنی ہوئی ہے جسکے باہر کے چکر کا محیط ۳۰ء۳۳ گز ہو اور اندر کے چکر کا محیط ۱۳ء۳ گز ہے تو بتاؤ سڑک کتنی چوڑی ہے جواب ۰۲۴ء۳ گز

(۱۶) ہاف کردن جسکا رواج ابھی ہندوستان میں ہوا ہے سونے کا سکہ انگلستان کا ہے اوسکا محیط بتلاؤ اگر اوسکا قطر شلنگ کے قطر سے ۳۲ء انچہہ زیادہ لنبا ہو اور شلنگ اور ہاف کردن کے قطر ملکر برابر ہوں اوس دائرہ کے قطر کے جسکا محیط ۷ انچہہ ہے جواب ۱۴ انچہہ

(۱۷) ایک قوس صغر کا وتر یا ارتفاع معلوم ہے اور قطر دائرہ کا بھی معلوم ہے قوس کا طول دریافت کرو

قاعدہ

نصف قوس کے وتر کے آٹھہ گنے میں سے وتر قوس کو تفریق کرو حاصل تفریق کی تہائی لنبائی قوس کی ہوگی اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو اس قاعدہ کو کام میں لاؤ کہ چوتہائی قوس کے وتر کی آٹھہ گنی میں سے نصف قوس کا وتر تفریق کرو تو حاصل تفریق کی دوتہائی زیادہ تر صحیح طول قوس کا ہوگا یہہ قاعدہ ایسا ہے کہ بالکل ٹہیک ٹہیک طول قوس کا نہیں دریافت ہوتا بلکہ اوسمیں کچہہ غلطی ہی ہے اور یہہ غلطی اوسیقدر بڑی ہوگی جسقدر قوس بڑی ہوگی یا وتر کا جسقدر طول بڑا ہوگا لیکن اکثر سوالات عملی کی کارروائی میں غلطی ایسی خفیف ہوتی ہے کہ وہ قابل لحاظ نہیں ہوتی اور خصوصاً یہہ غلطی تو اوسوقت بالکل ہی قابل لحاظ نہیں جب دوسری صورت قاعدہ کے کام میں لائی جاوے اول قاعدہ اون قوسوں کے طول دریافت کرنیکے لئے کافی ہے جو ۱۸۰° سے کم ہے اور وتر نصف قطر سے کم ہے اور اوسکی قیمت عددی ۱۰۰۰ء اسے زیادہ نہیں ہے لیکن جب طول ایسے قوس کا دریافت کرنا ہو کہ نصف محیط دائرہ سے بڑی ہو تو اوسوقت چھوٹے قوس کا طول دریافت کرو اور اوسکو کل محیط میں سے تفریق کرلو تو بڑے قوس کا طول معلوم ہو جاویگا

پہلی مثال نصف دائرہ سے کم قوس کا وتر ۲۵ ہے اور قطر دائرہ کا ۴۱ $\frac{2}{3}$ ہے طول قوس کا دریافت کرو

اب یہاں وتر اور قطر میں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اعداد ۶ اور ۱۰ میں اور تمام دائرے ایک دوسرے

مشابہ ہے جو ہیں اسواسطے اول ہم طول اوس قوس کا دریافت کرتے ہیں جسکا وتر ۶ اور قطر ۱۰ ہے

وتر نصف قوس کا جذر (۱۰ × ½ (۱۰ − √(۱۰² − ۶²))) = ۳٫۱۶۲۲۸ ہے اسکو اٹھہ گنے سے عدد

۶ کو تفریق کرو تو باقی کی تہائی ۶٫۴۳۲۷ طول اوس قوس کا ہے جسکا وتر ۶ ہے اسواسطے جس

قوس کا وتر ۲۵ ہے اوسکا طول ۲۶٫۸۰۳ ہے یہی جواب ہے

اب زیادہ صحیح جواب حاصل کرنیکے لئے یہہ عمل کرو کہ

وتر چوتہائی قوس کا ہی جذر (۱۰ × ½ (۱۰ − √(۱۰² − ۱۰۰))) = ۱٫۶۰۱۸۲ اسکی اٹھہ گنی سے اس

عدد ۳٫۱۶۲۲۸ کو تفریق کرو تو دو تہائی ۶٫۴۳۴۸۴ طول اوس قوس کا ہے جسکا

وتر ۶ ہے جب یہہ طول قوس کا ۶ کے وتر کا ہے تو ۲۵ کے وتر کا طول قوس ۲۶٫۸۱۲ ہوگا اور یہہ بہت

قریب اصل طول کے ہے

دوسری مثال وتر ایک قوس کا ۱۸ ہے اور ارتفاع ۲۰ طول قوس کا دریافت کرو

قطر یہہ ہے کہ (۲۰² + ۹²) ÷ ۲۰ = ۲۴٫۰۵ پس اس سے طول چھوٹے قوس کا جسکا ارتفاع

۴٫۰۵ ہے دریافت کریں اور وتر نصف قوس کا جذر (۲۴٫۰۵ × ½ (۲۴٫۰۵

− √(۲۴٫۰۵² − ۹۷٫۴۰۲۵))) = ۱۵٫۰۴۷ اس رقم محصلہ کی اٹھہ گنی سے وتر نصف

قوس کا تفریق کرو تو دو تہائی حاصل تفریق کی یہہ ہوگی ۲۰٫۳۳۸ یہہ طول چھوٹے قوس کا ہے جسکا وتر

۱۸ ہے

اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو یہی عمل تیسری مرتبہ کرو تو ۲۰٫۳۳۹ حاصل ہوگا اور اوس میں اور پہلے

جواب میں بہت کم فرق ہے محیط ۳٫۱۴۱۶ × ۲۴٫۰۵ = ۷۵٫۵۵۵

چھوٹے قوس = ۲۰٫۳۳۹

بڑے قوس = ۵۵٫۲۱۶ یہہ جواب ہے

مثالیں مشق کی واسطے (۱۱)

(۱) ایک دائرہ کا قطر ۳۴ ہے اور اوسکی ایک قوس کا وتر ۱۶ ہے تو بتاؤ اوس قوس کا طول کیا ہوگا

جواب ۸۰۶۵۸، ۱۶، ۱۵۶و، ۹۰

(۲) ایک قوس نصف دائرہ سے کم ہے اور اوسکا وتر ۳۳۶ ہے اور قطر ۴۲۵ ہے طول قوس کا دریافت کرو جواب ۳۵۴، ۳۷۶

(۳) ایک قوس کا طول دریافت کرو جسکا وتر ۶۰ ہے اور ارتفاع ۱۶ ہے جواب ۷۰،۶۹

(۴) قوس کا طول کیا ہوگا جسکا وتر ۸۰ انچہ ہے اور قطر ۸۳ ۱/۳ انچہ ہے

جواب = ۱۵۴،۵۵ انچہ

(۵) وتر ایک قوس کا ۳۶ ہے اور ارتفاع ۴ ہے تو بتاؤ طول قوس کا کیا ہے جواب ۳۷،۱۱

(۶) ایک قوس کا کیا طول ہوگا جسکا وتر ۲۰ گز ہے اور ارتفاع آٹھہ گز ہے جواب ۳۲،۹۳ گز

(۷) ایک دائرہ کا محیط اوسکی قطر سے ۱۰۰ گز بڑا ہے اور اوسکو دو قوسوں کا وتر مشترکہ ۲۵ گز ہے تو اون قوسوں مین چہوٹے قوس کا طول کیا ہوگا جواب ۲۶،۳۸ گز

فصل ہفتم

دائرہ کی مساحت مین

(۱) ایک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

قطر کے مربع کو ۷۸۵۴، مین ضرب دو یا زیادہ صحت منظور ہو تو اوسکو ۷۸۵۳۹۸۲، مین ضرب دو حاصلضرب رقبہ دائرہ کا ہوگا دلیل اس قاعدہ کی اسطرح سے خوب سمجہہ مین آسکتی ہے کہ دائرہ گویا ایک کثیر الاضلاع ہے جسکے اضلاع کی تعداد لانہایت ہے اور رقبہ کثیر الاضلاع کا حاصلضرب عمود اور نصف مجموعہ اضلاع کا ہوتا ہے یہان عمود تو منطبق اور برابر نصف قطر کے ہے اور مجموعہ اضلاع دائرہ کا محیط ہے اور محیط برابر ہوتا ہے قطر × ۳،۱۴۱۶ کے پس عمود × نصف مجموعہ اضلاع مین یہہ ہوا کہ نصف قطر × ۱/۲ (قطر × ۳،۱۴۱۶) کے یعنی مربع قطر کا × ۷۸۵۴، مین

جب محیط اور قطر دونو دائرہ کے معلوم ہوں تو نصف قطر کو نصف محیط میں ضرب دینے سے
رقبہ دائرہ کا حاصل ہوجایگا

انتباہ

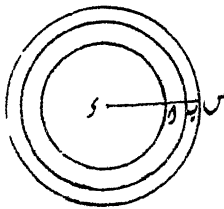
پہلے ایک آسان ترکیب ۱۶ و ۳ میں ضرب دینے کی بیان کرائے یہاں اوسی قبیل کی ترکیب
۷۸۵۴ء میں ضرب دینے کی یہہ ہے کہ جس عدد میں ضرب دینا ہو اوسکو اون ۷۷ء میں ضرب
دیں اور حاصلضرب پر پچاسواں حصہ حاصلضرب کا زیادہ کریں تو حاصل وہی ہوگا جو
۷۸۵۴ء میں ضرب دینے سے حاصل ہوتا

اول مثال قطر دائرہ کا ۴۹۲ ہے رقبہ اوسکا بتلاؤ

ترکیب مروج	آسان ترکیب
(۴۹۲)۲ = ۲۴۲۰۶۴	۲۴۲۰۶۴
۷۸۵۴ء	۷۷ء
۹۶۸۲۵۶	۱۶۹۴۴۴۸
۱۲۱۰۳۲۰	۱۶۹۴۴۴۸
۱۹۳۶۵۱۲	۵) ۱۸۶۳۸۹٫۲۸
۱۶۹۴۴۴۸	۳۷۲۷٫۷۸
۱۹۰۱۱۷٫۰۶۵۶	۱۹۰۱۱۷٫۰۶

دوسری مثال ایک روپیہ کا محیط ۴ انچہ اور ایک پیسے کا محیط ۳ انچہ ہے تو بتاؤ روپیہ کتنی جگہہ
زیادہ بہ نسبت پیسے کے گھیرتا ہے پیسے کا قطر ۳ × ۳۱۸۳۱ء ہے اور روپیہ کا قطر
۴ × ۳۱۸۳۱ء ہے اور رقبہ برابر ہوتا ہے قطر × ¼ محیط اسلئے فرق رقبوں کا برابر
ہوا (۴۲ - ۳۲) ¼ × ۳۱۸۳۱ء = ۵۵۷ء انچہ یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک دائرہ جسکا قطر ۲۳ انچہ ہے تین برابر حصوں میں ایسے محیطوں سے تقسیم ہوا
جنکا مرکز وہی ہے جو پہلے دائرہ کا تہا تو یہہ دو برابر حلقے جو پیدا ہوئے ہیں اونکا عرض دریافت کرو
جن حلقوں کا عرض اب اور ب س ہے اونمیں سے ہر ایک مساحت میں برابر اوس دائرہ کے
ہے جسکا قطر د ا ہے تو ان تینوں دوائر متحد المرکز کے رقبوں میں نسبت ۱ و ۲ و ۳



کی ہوی اور تمام دائرے متشابہ ہوتے ہین اسواسطے ان دائروں کے رقبونمین نسبت ایسی ہوگی جیسے نصف قطر د ا اور د ب اور د س کے مربعون مین اسلیے معلوم ہوا کہ نصف قطروں مین وہ نسبت ہے جو ١ و ٢ و ٣ کے جذروں مین

پس اسوجہ سے $\sqrt{٣} : \sqrt{٢} :: ١١\frac{١}{٢} : \frac{٢٣}{٦}\times\sqrt{٦} = ٩٫٣٨٩٧$ انچہ یہہ د ب ہے

$\sqrt{٣} : \sqrt{١} :: ١١\frac{١}{٢} : \frac{٢٣}{٦}\times\sqrt{٣} = ٦٫٦٣٩٥$ انچہ یہہ د ا ہے

پس عرض ا ب ۔ ٢٫٧٥٠٢ انچہ ہے

اور د س - د ب = ب س = ٢٫١١٠٣ انچہ ہے

مثالین مشق کی واسطے (١٢)

(١) اوس دائرہ کا رقبہ کیا ہے جسکا قطر ٩٥ ہے جواب ٧٠٨٨٫٢٢

(٢) ایک گول میز کے اوپر کے تختہ کا رقبہ کیا ہوگا جسکا قطر ٤½ گز ہے جواب ١٥٫٩٠٤٣ م گز

(٣) نصف قطر ایک دائرہ کا ٥٧½ ہی تو اوسکا رقبہ کیا ہوگا جواب ١٠٣٨٦٫٨٩

(٤) ایک دائرہ کا قطر ٥ فیٹ ٧ انچہ ہی اوسکا رقبہ بتلاؤ ۔ جواب ٢٤ م فیٹ ٦٩٫٦٥ انچہ کے

(٥) ایک دائرہ کا محیط ٢٥ ہے اوسکا رقبہ کیا ہے جواب ٤٩٫٧٣٦

(٦) دائرہ کا محیط ٣٥٥ ہی اور اوسکا قطر ١١٣ ہے رقبہ دائرہ کا دریافت کرو جواب ١٠٠٢٨¾

(٧) ایک دائرہ کا رقبہ ٩٦١ م گز ہے اوسکا قطر دریافت کرو جواب ٣٤٫٩٨ گز

(٨) اوس دائرہ کا قطر دریافت کرو جسکا رقبہ برابر ہو اوس مربع کے رقبہ کے جسکا ضلع ٩٫٧٩٢٨ گز ہے جواب ١١٫٠٥ گز

(٩) محیط اوس دائرہ کا دریافت کرو جسکا رقبہ ٢٠٥٨٫٣١٩ ہے جواب ٦٣٫٣٢٤٥

(١٠) ایک ایکڑ گول زمین کا قطر کیا ہوگا جواب ٧٨½ گز

(١١) نصف دائرہ کی شکل کا ایک فرش ہے اور اوسکا قاعدہ ۴۸ گز ہے اور ۴ ½ فیٹ چوڑا گالرنا ٣ گز کا اوسمین لگا ہے اور اس کے زہ ویش مین ½ گز بچا کر کونون مین گیا ہے تو بتاؤ کیا لاگت فرش مین لگیگی جواب ١٠ روپیہ ١۴ آنہ ½ پائی

(١٢) ایک چکر کی سڑک ہے اور اوسکے اندر کے چکر کا قطر ١٨ گز ہے اور باہر کے چکر کا ٢٣ گز قطر ہے تو اوس چکر کی سڑک پر کے گز بجری بچھیگی جواب ١٦١

(١٣) ایک مربع کا ضلع دریافت کرو جسکا رقبہ برابر ہو ایک ایسے دائرہ کی جسکا محیط ۴٩۵٨٦,٢٦ انچہ زیادہ اوسکے قطر سے ہو جواب ١١٣,١١١ انچہ

(١۴) دو دائرہ کم ودرن ہین اور اونکے رقبے ٣٠ ½ و ۴٩ مربع فیٹ ہین تو بتلاؤ ان مین کے درجہ کے قوس طول مین برابر ہون کے ۴٢ کے قوس کے ہوگی جواب ٣٣ ٥

(١۵) ایک باغ نصف دائرہ کی شکل کا ہے اور اوسکا احاطہ ٢۴٩ گز کا ہے تو بتاؤ اوس باغ مین کسقدر زمین ہے جواب ٣ روڈ و ٨٠٧ پول

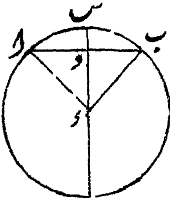
(١٦) اگر ایک مثلث متساوی الاضلاع کے تینون ضلعون کا مجموعہ برابر ہو ایک دائرہ کے محیط کی تو ثابت کرو کہ مثلث کی رقبہ کو دائرہ کے رقبہ سے ایسی نسبت ہے جیسی کہ ٧٩ کو ہے ١٨ سے

(١٧) موہن سوہن رادہا نے ملکر ایک سان کا چکر ٣۶ انچہ قطر کا ۵ کو خریدا اور اس قیمت مین سے موہن نے ٢ اور سوہن نے ٣ اور رادہا نے ۴ دئے تو بتاؤ موافق اپنی قیمت کی موہن اور سوہن اور رادہا کو اوس سان کی کے انچہ تک کام مین لانیکا استحقاق حاصل ہے جواب موہن کو ٦ انچہ اور سوہن کو ۴ انچہ اور رادہا کو ٨ انچہ

(١٨) فرض کرو کہ یہی سان ۵ کو خرید ہوتا اور اوسکا قطر ٣۵ انچہ ہوتا اور موہن نے ١٢ اور سوہن نے ١۴ اور رادہا نے ١۴ دئے ہوتے اور پانچ انچہ مربع کا گردہ بیچ بیچ میں لکری لگانے کے لئے چھوڑ دیا تھا تو اب بتاؤ ہر ایک کے کے انچہ کی نصف قطر پر سان کو کام مین لانیکا استحقاق رکھتا ہے جواب موہن ٩٧,٧۵٣ اور سوہن اور رادہا مین سے ہر ایک ٢٣٠,٣٣ انچہ

(۲) ایک دائرہ کا قطاع داس ب مثلثی شکل کا، او دو نصف قطروں اور محیط کے درمیان واقع ہوا ہے،

اور محیط اون نصف قطروں کے درمیان ہے،



ظاہر ہے کہ رقبہ اس قطاع کا دائرہ کے رقبہ کا ایسا حصہ ہوگا

جیسا کہ قوس اس ب محیط دائرہ کا حصہ ہے پس اسّے ایہہ قاعدہ

قطاع کے رقبہ دریافت کرنیکا مستنبط ہوتا ہے

قاعدہ

نصف قطر کو نصف قوس مین ضرب دو حاصلضرب رقبہ قطاع کا ہوگا

پہلی مثال قوس قطاع ۴۲ھ ہے اور دائرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ ہی رقبہ قطاع کا دریافت کرو

دائرہ کا رقبہ ۳۰ ×۴۴۵۸۷، ۷ مربع فیٹ کی ہے اور ۴۲ تین سو ساٹھوین حصے برابر ہین

سات ساٹھوین حصون کے پس اسلئے رقبہ قطاع کا $\frac{۷}{۶۰}$ حصہ رقبہ دائرہ کا ہے

یعنی ۰۵×۱۰۵۴ ۷۸۵ یا ۴۶، ۸۲م فیٹ ہے اور یہی جواب ہے،

دوسری مثال وتر ایک قطاع کا ۲۴ $\frac{۱}{۲}$ ہے اور قطر دائرہ کا ۳۰ ہے رقبہ قطاع کا بتلاؤ اب

یہان موافق قاعدہ اول کے طول قوس کا ۲۴، ۲۸ دریافت کیا اور پہر ۱۴، ۱۲×۱۵=۲۱۱، ۸

یہی جواب ہے

مثالین مشق کی واسطی (۱۳)

(۱) ایک قطاع کی قوس ۵۲ ۲۵ ہے اور دائرہ کا قطر ۱۲ ہی رقبہ قطاع دریافت کرو جواب ۱۶، ۴۱۵

(۲) اوس قطاع کا رقبہ بتلاؤ جسکا وتر ۳۰، ۱۴۹ اور قطر ۲۵۰ ہے جواب ۱۰۰۰۰

(۳) ایک قطاع کی قوس ۳۵ ۴۴ ۴۴ ہے اور دائرہ کا قطر ۵ فیٹ ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ

جواب ۲۱۹، ۰۰۴ ہے

(۴) ایک قطاع کا وتر ۱۹۸ ہے، اور دائرہ کا قطر ۲۸۰ ہے، رقبہ قطاع دریافت کرو جواب ۱۵۳۹۴

(۵) قطعہ دائرہ وہ جز دائرہ کا ہے جو وتر سے قطع کیا جاوے پہلی دفعہ کی شکل کو دیکھو تو

اجزا ا س ب اور ا ی ب قطعات ہین وتر ا ب سے قطع ہوئی ہین اب ظاہر ہے
کہ رقبہ نصف دائرہ سے کم قطعہ کا یعنی قطعہ اصغر کا یہہ ہوگا کہ قطاع کے رقبہ مین سے اوس
مثلث کا رقبہ کم کرین جو نصف قطروں سے وتر پر بنا ہے پس اسّے یہہ قاعدہ قطعہ کے
رقبہ دریافت کرنیکا مستنبط ہوا

قاعدہ

اول اوسی قطعہ کے قوس پر جو قطاع واقع ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو اور پہر اوس مثلث کا رقبہ معلوم کرو
جو قطاع مین سے کم ہوکر قطعہ پیدا کرتا ہے اور پہلی رقبہ مین سے دوسرے رقبہ کو تفریق کرو تو حاصل رقبہ قطعہ ہوگا اسلئے
کہ قطاع جو قطعہ کے قوس پر بنی اوسکی رقبہ مین اور قطعہ کے رقبہ مین فرق بقدر رقبہ مثلث کی ہے پس قطاع کے
رقبہ مین سے مثلث کے رقبہ کی تفریق کرنے سے رقبہ قطعہ کا حاصل ہوجاویگا
اور جب قطعہ نصف دائرہ سے بڑا ہو یعنی قطعہ اکبر ہو تو جو قطعہ وتر مشترک پر چہوٹا ہے اوسکا رقبہ موافق
قاعدہ مذکور الصدر کے دریافت کرو اور کل دائرہ کے رقبہ مین سے تفریق کرلو

مثال ایک دائرہ کے چہوٹے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو وتر ۲۴ ہے اور قطر ۲۵ ہے
عمود د ی جذر (ا ی۲ - ا د۲) کا ہے اور یہہ = ۳ ½ اسواسطے ارتفاع س د ۹ ہے اور اسیلئے وتر
نصف قوس کا ۱۵ ہے اور اسی ربعہ قوس کا وتر ۷،۹۰۵۷ دریافت ہوگا اور زیادہ صحت کی لئے
اس سبب سے کہ زاویہ قطاع کا بڑا ہے آٹہوین حصہ قوس کا طول ۴۶ ۰۰ ۴، دریافت کیا
اور اس وتر کے آٹہہ گنے سے ۷،۹۰۵۷ تفریق کرو اور حاصل تفریق کی چار تہائی لو تو ہمکو طول
قوس ا س ب کا ۳۲،۱۷۵ معلوم ہوگا اور اسکے نصف کو نصف قطر مین ضرب دین
تو حاصل ضرب ۲۰۱،۰۹۳۷۵ حاصل ہوتا ہے یہہ قطاع کا رقبہ ہے اب اسمین سے رقبہ مثلث
ا ی ب کا ½ (۲۴×۳½) تفریق کرو تو حاصل تفریق ۱۵۹،۰۹۳۷۵ ہوگا اور یہہ رقبہ
قطعہ ا س ب کا ہے

مثالین مشق کی واسطے (۱۴۷)

(۱) ایک قوس کا وتر ۴۰ ہے اور قطر ۵۰ ہے تو رقبہ دائرہ کے چھوٹے قطعہ کا کیا ہوگا جواب ۲۷۹ ½

(۲) ایک قوس کا وتر ۴۹ ہے اور قطر ۱۰۰ ہے چھوٹے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جواب ۲۱۲

(۳) ارتفاع ایک قوس کا ۰٫۸۷ ہے اور قطر ۱ ہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جواب ۰٫۰۳۳۳

(۴) وتر قطعہ مدور کا ۸ ہے اور ارتفاع ۳ ہے رقبہ کیا ہے جواب ۱۷٫۶۷۷

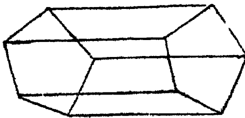
(۵) قطعہ کا ارتفاع ۲۴ ¾ گز ہے اور قطر ۲۵۰ گز ہے تو اوسکا رقبہ کیا ہوگا جواب ۲۵۱۵ م گز

(۶) ایک دایرہ کا نصف قطر ۱۳ ہے تو بتاؤ رقبہ اوسمین اوس بڑے قطعہ کا جو ۱۰ انچہ وتر سے منقطع ہو کیا ہوگا جواب ۲۰۹٫۵۲۴م انچہ

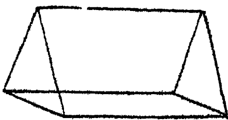
فصل ششم

(۱) علم ہندسہ مین جسم اوسکو کہتے ہین کہ جسمین امتداد ثلاثہ یعنی طول عرض و سمک ہوتے ہین اوسکو ایک سطح یا کئی سطوح احاطہ کرتے ہین اور جو جگہہ جسم مین سے گھرتی ہے اوسکو جسامت یا صحامت یا حجم کہتے ہین

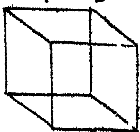
(۲) منشور وہ جسم ہے کہ اوسکی دونو قاعدون کے سطوح متوازی ہون اور باقی اطراف مین اوسکی سطوح متوازی الاضلاع ہون اب یہہ قاعدے منشور کے مثلث اور ذوار بعتہ الاضلاع یا کوئی اور مستقیم الاضلاع ہو سکتے ہین پس اگر منشور کے قاعدے مثلث ہین تو منشور مثلثی



اور اگر مستطیل ہین تو منشور مستطیلی اور اگر مربع ہین تو منشور مربعی اور مخمس ہین تو منشور مخمسی او علی ہذالقیاس کہلاتی ہین اگر ایک



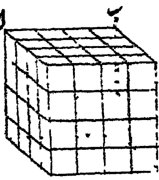
منشور کی چہوں طرفون سطوح متوازی الاضلاع ہون تو اوس منشور کو جسم متوازی السطوح کہتے ہین اور اگر یہہ سطوح متوازی الاضلاع قائمۃ الزاویہ ہین تو جسم کو جسم متوازی السطوح قائم کہینگے اور اگر وہ برابر مربع ہون تو جسم کو مکعب کہینگے



اور ضلع مکعب کا مراد طرف مکعب سے نہوگی بلکہ اوسکے کنارہ سے مراد ہوگی

جس منشور کی اطراف اوسکے قاعدون پر عمود ہون اوسکو منشور قائم کہینگے سوائے اسکے جو اور صورت منشور کی ہو اوسکو منشور مائل

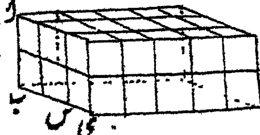
(٣) مجسم کی جسامت ناپنے کے پیمانے ابعاد ثلاثہ طول و عرض و سمک سے پیدا ہوتے ہین
فرض کرو کہ جسامت شکل مکعبی آ د کی بیان کرنی منظور ہے اوسکی اوپر کی طرفین سب برابر مربعی ہین
اور اوسکا طول اور عرض اور سمک سب آپسمین برابر ہین
بس اگر طول ا ب ١ انچہ اور عرض ب س ١ انچہ اور عمق
یا ارتفاع س د ١ انچہ طول مین ہو تو ساری جسامت کو ہم ١ انچہ مکعب کہینگے
لیکن اگر ہر ایک کنارہ مکعب کا ٤ انچہ طول مین ہو تو ا ب اور ب س اور س د کو چار برابر حصونمین تقسیم
کرنیسے خطوط متوازی تقسیم کرتے ہوئے کہینچنیسے چار برابر حصونمین جسم تقسیم ہوگا اور ان حصون مین سے
ہر ایک ہوگا اب ظاہر ہے کہ جسم آ دی مین اسقدر انچہ مکعب ہین جسقدر کہ



اس مین انچہ مربعی ہین یعنی ٤×٤ مکعب انچہ اور کل جسم چہار چند ہے اسلئے
اوسمین ١٦ انچہ مکعب ×٤ = ٦٤ مکعب ہونگے
(٤) مکعبی پیمانے اکثر انچہ و فیٹ اور گز ہوتے ہین بس ١٢×١٢×١٢ یا ١٧٢٨ مکعب انچ ایک مکعب فیٹ
مین اور ٣×٣×٣ یا ٢٧ مکعب فیٹ ایک مکعب گز مین ہوتے ہین اور ظروف کی ظرفیت دریافت کرنیمین اکثر
گیلن کام مین لاتے ہین گیلن شاہی آبکاری کے کارخانہ مین بہت مستعمل ہے اور اوسکا ظرف یعنی سماؤ
٢٧٧،٢٧٤ یا ٢٧٧ ١/٤ مکعب انچہ ہے اور اوسمین ٤ کوارٹر یا ٨ پینٹ ہوتے ہین
(٥) ایک منشور کی جسامت مکعبی دریافت کرو

قاعدہ

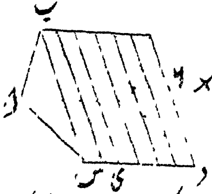
ایک قاعدہ کے رقبہ کو اوس بعد عمودی مین کہ قاعدون کے درمیان ہے ضرب دو حاصل ضرب جسامت مطلوب ہوگی
پہلی مثال ایک سل سنگ سرخ کی ٥ فیٹ لنبی اور ٣ فیٹ چوڑی اور ٢ فیٹ موٹی ہے اوسکی جسامت کیا ہوگی
فرض کرو کہ طول س د پانچ برابر حصون مین تقسیم ہوا ہے اور عرض ب س ٣ برابر حصون مین اور



دل ا ب ٢ مین تو سطح اس مین ٣×٥ یا ١٥ مربع فیٹ ہین
اسواسطے مجسم آ دی مین ١٥ مکعب فیٹ ہین اور کل سل آ د مین ٣٠ مکعب فیٹ

۳۰ مکعب فیٹ ہوئی

دوسری مثال منشور مثلثی آ د طول مین ۱۶ انچہ ہے اور اوسکے ہر ایک قاعدہ کے اضلاع ۴ ۱/۴ و ۶ ۱/۴ و ۷ انچہ ہین اگر ا ب ۴ ۱/۴ ہے اور ا س ۶ ۱/۴ اور ب س ۷ انچہ ہو تو رقبہ قاعدہ ا ب س کا ۱۳ ۱/۸ مربع انچ دریافت ہوگا



پس اسلیے جسم ا ی ب ۱۳ ۱/۸ مکعب انچ ہوگا اور کل منشور ۱۳ ۱/۸ انچہ مکعب × ۶
= ۷۸ ۳/۴ مکعب انچہ لی

یہہ ظاہر ہے کہ منشور مثلثی نصف منشور ذوار بعۃ الاضلاع سے ہوتا ہے بشرطیکہ ارتفاع دونونکا ایک ہو

تیسری مثال ایک برتن ۷ فیٹ لنبا اور ۸ ۱/۲ انچہ گہرا اور ۹ انچہ اوپر سے چوڑا اور ۶ ۳/۴ انچہ نیچے سے چوڑا ہے تو بتاؤ اوسمین کے گیلن پانی آویگا

یہان قاعدے منشور کے ذوزنقہ ہین اور رقبہ ہر ایک کا برابر ہے حاصلضرب نصف مجموعہ اضلاع متوازی عرض اور عمق کی یعنی (۸ ۱/۲ × ۱۵ ۳/۴) ۱/۲ مربع انچ کی اور اوسکو طول ۸۴ انچہ مین ضرب دینے سے برتن کا ظرف معلوم ہوگا اور چونکہ ۲۷۷٫۲۷۴ مکعب انچہ ایک گیلن ہوتا ہے تو اوس حاصلضرب کو اس عدد پر تقسیم کرکے اوسکی تحویل گیلن کیطرف کرو تو تمام عمل کی یہہ صورت ہوگی

$$\frac{84 \times 17 \times 63}{16 \times 277.274} = 20.2786$$ گیلن یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک سنگ مرمر کی سل ۲ فیٹ لنبی ۱۰ ۲/۳ انچہ چوڑی اور ۷ ۱/۲ انچہ دبیز ہے تو بتاؤ جو مکعب کی صورت کی سل اوسکے برابر ضخامت مین ہوگی اوسکا کنارہ کیا ہوگا اور سل کا کسقدر طول کم کرین کہ ایک مکعب فیٹ ضخامت رہ جاے اب ضخامت ہی

$24 \times 10\frac{2}{3} \times 7\frac{1}{2} = 4 \times 32 \times 15$ یا ۱۹۲۰ مکعب انچہ ہے

اب اگر یہہ ضخامت مکعب کی صورت مین ہو تو اوسکا ایک کنارہ جزر الکعب ۱۹۲۰ کا ہوگا اور اس جزر الکعب کو اسطرح اکثر لکہا کرتے ہین کہ $\sqrt[3]{1920}$ اور یہہ برابر ہے $\sqrt[3]{64 \times 30} = 4 \times \sqrt[3]{30} = 12.4289$ یہہ جواب ہوا

اور $1920 - 1728 = 192$ مکعب انچہ اسقدر کم ہوتا جاے تا کہ ایک مکعب فیٹ باقی رہے اور یہہ ۱۹۲

مکعب انچہ دسواں حصہ کل حجامت کا ہے پس اسسے معلوم ہوا کہ طول یہی دسواں حصہ کم ہو یعنی ۲۴ ÷ ۱۰ = ۲ ۲/۵ انچہ

اشتباہ اول یہہ نہ سمجھنا چاہیے کہ ہم منشور کی سطح بیرونی کے رقبہ کے دریافت کرنیکے لئے نئی قاعدے بتلاتے ہیں جو پہلے ہی قاعدے لکھے چکے ہیں اونہیں سے کام نکلتا ہے مثلاً مثال گذشتہ میں اگر سل کی سطح بیرونی کا رقبہ دریافت کرنا ہو تو دو قائم الزاویہ میں سے ایک کا رقبہ ۷ ۱/۲ × ۲۴ اور دو اور قائم الزاویہ میں سے ہر ایک کا رقبہ ۱۰ ۱/۲ × ۲۴ پس کل رقبہ چاروں طرفوں کا برابر ہوگا حاصلضرب مجموعہ اضلاع اور طول کے یعنی ۲۴ × ۳۶ ۱/۲ یا ۸۷۶ م انچہ کے اب اگر اسپر رقبہ اوسکے قاعدوں کا یعنی ۱۰ ۱/۲ × ۷ ۱/۲ × ۲ = ۱۶۰ کے زیادہ کریں تو ہمکو کل رقبہ سطح بیرونی سل کا = ۱۰۳۲ م انچہ حاصل ہو جائیگا منشور کی سطح بیرونی اون سطوح مستقیمہ الاضلاع سے مرکب ہوتی ہیں جنکے رقبے دریافت کرنیکے لئے قاعدے بیان ہو چکے ہیں اون قاعدوں سے اون سطحوں کے رقبے دریافت کریں اور سب جمع کریں تو وہی نتیجہ ہوگا جو مجموعہ اضلاع قاعدہ منشور کو طول منشور میں ضرب دیں اور حاصلضرب پر دونو قاعدوں کا رقبہ زیادہ کرلیں

اشتباہ دوم جسطرح سے ایک متوازی الاضلاع غیر قائم الزاویہ اور متوازی الاضلاع قائم الزاویہ جو ایک قاعدہ پر واقع ہوں اور ارتفاع اونکا ایک ہی ہو آپس میں مساحت میں برابر ہوتی ہیں اسیطرح منشور قائم اور مائل جو ایک ہی قاعدہ پر واقع ہوں اور ارتفاع اونکا ایک ہی ہو پس جسامت میں آپس میں برابر ہوتے ہیں

مثالیں مشق کی واسطے (۱۵)

(۱) ایک لکڑی کا ٹکڑا ۱۸ فیٹ لنبا اور ۱۳ انچہ چوڑا اور ۹ انچہ موٹا ہے اوسکی جسامت دریافت کرو جواب ۱۴ ۵/۸

(۲) ایک پتھر مکعب کی شکل کا ہے اور اوسکا ہر کنارہ ۳ ۱/۲ فیٹ ہے اوسکی جسامت بتاؤ جواب ۴۲ ۷/۸ ک فٹ

(۳) ایک کمرہ ۱۱ فٹ ۸ انچہ طول میں اور ۱۰ فٹ ۵ انچہ عرض میں اور ۹ فٹ ۳ انچہ ارتفاع میں ہے تو بتاؤ کہ اوسکے اندر کسقدر ہوا سمائیگی جواب ۱۱۱۲ ک فیٹ ۲۲۸ انچہ

(۴) سال کے ایک سو بیس ۱۲۰ تختے ہیں جنمیں سے ہر یک ۷ فیٹ لنبا اور ۵ انچہ چوڑا اور ۲ انچہ موٹا ہے تو بتاؤ اونکی جسامت کیا ہے جواب ۱۴۵ ۵/۶ ک فیٹ

(۵) آٹھ دیودار کے تختے ہیں جنمیں سے ہر ایک ۱۶ فیٹ ۹ انچہ طول میں اور ۱۱ ۱/۲ انچہ عرض میں اور ۲ انچہ

موٹائی ہین، اور ایک مکعب لکڑی کا وزن ۱۶ $\frac{1}{2}$ سیر ہوتا ہے، تو بتاؤ اون سب تختون کا وزن کیا ہے
جواب ۶ من ۲۸ سیر ۲ چھٹانک

(۶) ۹ انچہ عرض کا تختہ ۱۴ فیٹ لنبا اور ۲ $\frac{1}{2}$ انچہ موٹا ہے تو بتاؤ کہ مکعب فیٹ وہ ہے اور ایسے ۳۰ تختون کا وزن کیا ہوگا اگر $\frac{2}{3}$ مکعب فیٹ ایسی لکڑی کا وزن ۲۷ من ہو جواب ۹۱ من ۱۹ سیر کچھہ زاید

(۷) ایک منشور مثلثی ساکھو کا ۱۳ $\frac{1}{2}$ انچہ لنبا ہے اور اوسکی قاعدے مثلث قائم الزاویہ مین جسکا وتر ۹ $\frac{1}{5}$ انچہ اور قاعدہ ۸ $\frac{5}{9}$ انچہ ہے اور وزن ایک مکعب فیٹ لکڑی کا ۲۸ سیر ۱۴ $\frac{1}{2}$ چھٹانک ہے اوسکا وزن بتاؤ جواب ۲ سیر کچھہ زاید

(۸) ایک شیشہ کا پرکالہ ۱۲ فیٹ ۷ انچہ عرض ۲ فیٹ ۵ انچہ ہے اور $\frac{3}{8}$ انچہ دبیز ہے تو اوسکی جسامت بتاؤ اور اگر قیمت $\frac{3}{8}$ ہے فی مکعب فیٹ ہے تو اوسکی قیمت کیا ہوگی جواب ۳۳۷ $\frac{1}{8}$ کعب انچہ اور قیمت ۲۰ روپیہ ۴

(۹) ایک سنگ خارا کی سل ہے اور اوسکا وزن ۶۶ سیر ۲ چھٹانک فی مکعب فیٹ ہے اور طول اوسکا ۸ $\frac{3}{4}$ فیٹ اور عرض اور موٹائی بنس ۲ بنس ۲ انچہ ہے تو اوسکا وزن دریافت کرو جواب ۴۰ من ۷ سیر ۳ $\frac{5}{18}$ چھٹانک

(۱۰) دو تختے ہین جنمین سے ہر ایک کا عرض ۴ $\frac{1}{2}$ انچہ ہے اور انکے ایک طرف کے کنارون کو طول مین اوپر تلے لا لیا اور دوسری طرف کے کنارون مین ۵ انچہ کا فرق رکھا اور اسطرحکا ایک قلابہ بنا کر نہر مین لگا دیا ہے بتاؤ اوسکے ایک گز طول مین کسقدر پانی سماویگا جواب ۳۳۶٫۹۵

(۱۱) ایک صندوق کے ہر طرف ایک مربع ۱۰۴ انچہ ہے تو بتاؤ اوس صندوق کا ظرف کیا ہے جواب ۳۱٫۶۲۳

(۱۲) ایک مکعب کی جسامت ۲۰٫۷۹۴۸۷۵ کعب انچہ ہے تو اوسکے کنارہ کا طول کیا ہوگا جواب ۳۳ انچہ

(۱۳) ایک پتھر کا وزن ۱۸ من ۶ سیر ہے اور وہ ۵۳ انچہ لنبا اور ۲۳ انچہ عرض اور ۱۷ انچہ عمیق ہے تو اسی پتھر مین سے ایک مکعب بناوین اور اوسکا وزن ۶۶ سیر کا ہو تو اوسکا ضلع کیا ہوگا جواب ۱۲ $\frac{1}{2}$ انچہ

(۱۴) ایک مکعب فیٹ پانی کا وزن ۳۱ سیر ۴ چھٹانک ہوتا ہے، تو بتاؤ جس مکعب ظرف مین ۱۲۰ من پانی آوے تو اوسکا عمق کیا ہوگا جواب ۵٫۳۵۶

(۱۵) ایک منشور کی سطح بیرونی اور جسامت دریافت کرو اور اوس منشور کی یہہ کیفیت ہے کہ ۵ $\frac{1}{2}$ فٹ تو لنبا ہے اور اوسکے پانچ پہلو ہین اور کنارہ اوسکی قاعدہ کے اسطرح ہین کہ اب ۲ $\frac{1}{2}$ انچہ اور $\overline{ب ج}$ ۴ $\frac{1}{2}$

اور س ذ ہ ، وذ ی برابر ذ ب کے ہین اور س د بر عمود ہے اور ی ا = س د اور ب ق عمود اوس پر ۱½ انچہ ہے

جواب ۸۵۰۱ اک فیٹ اور رقبہ سطح بیرونی کا ۹۸۰ء۹ م فیٹ ہے

(۱۶) ایک اینٹون کا چبوترہ بنا ہوا ہے ۲۰ فیٹ لنبا اور ۱۷ فیٹ چوڑا اور ۱۰ فیٹ بلند اور قیمت اوسکی ۱۰۰ روپیہ ۷ آنہ پائی ہے اور ہر ایک اینٹ ۹ انچہ لنبی اور ۴ انچہ چوڑی اور ۲½ انچہ موٹی ہے اور وزن مین ۲ سیر ۱۴ چھٹانک کی ہے تو بتاؤ قیمت فی ہزار کیا ہے اور اونکا وزن ایک مکعب فیٹ کا کیا ہے

جواب عہ ہزار اور ۵۵ سیر کچھہ زیادہ وزن

(۱۷) ایک نہر کا بنبہ ۸ فیٹ چوڑا اور ۵½ فیٹ گہرا کہودا گیا اور ساری مٹی کہدائی کی اوسکے کنارہ پر مینڈ کی طرح لگائی گئی تو وہ ۵۰۰۰۶ مکعب فیٹ ہوئی تو بتاؤ طول نہر کا کیا ہوگا اگر حجامت مٹی کی ایک دسوین حصہ کے برابر زمین کے اندر کہودے اور اوپر پہنچے سے بڑہ گئی ہو جواب ۱۲۵ فیٹ

(۱۸) ایک کتاب مین ۳۲۴ صفحے ہین اور اوسکی ضخامت ⅞ انچہ ہے اور طول صفحہ کا ۸¼ انچہ ہے اور عرض ۵¼ انچہ اب اگر جلد کے سبب ⅛ انچہ تو کتاب کو زیادہ موٹا کردین اور طول مین ¼ انچہ بڑہا دین اور عرض مین بھی اسیقدر تو بتاؤ یہہ مجلد کتابین کسقدر ۳½ فیٹ لنبی اور ۲½ فیٹ چوڑی اور اسیقدر گہرے صندوق مین سماوینگی اور کتنی ورق اس کتاب کے تمام صندوق کو اندر کیطرف منڈہنے جاوینگے اوپر کا ڈہکنا بھی صندوق کا اوسمین شامل کیا گیا ہے جواب ۹۲۴ کتابین ہیں اور ۱۵۸ ورق کے قریب قریب

(۱۹) ۸ مزدورون نے ۱۴ دن مین ایک بنیاد ۳۲ فیٹ چوڑی اور ۷۵ فیٹ لنبی اور کسقدر گہری بنائی بحساب ۲ آنہ فی گز مکعب کہدائی ٹہری مزدوری مین ۱۲۷ روپیہ ۱۲ آنہ ۵½ پائی خرچ ہوئے تو بتاؤ بنیاد کتنی گہری تہی اور اگر ہر یک مزدور نے ایک گہنٹہ مین ایک گز کہدائی کی ہو تو بتاؤ ہر یک مزدور نے کتنے گہنٹہ روز کام کیا ہوگا

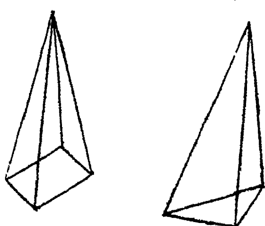
جواب ۱۱½ فیٹ گہری ۱۲۵ء۹ کے قریب

(۲۰) ایک زمین ۲۴۷ فیٹ طول مین اور ۱۲۴ فیٹ عرض مین ہے زمیندار اوسکو ۱۹ انچہ اونچا کرنا چاہتا ہے سطح سے کہ اوسکی زمین کے اندر کنارون پر چارون طرف ۱۹ فیٹ چوڑی خندق کہودی اور اوسکی مٹی اوسپر ڈالی تو بتاؤ خندق کی گہرائی کیا رکہین جواب ۲½ فیٹ

(۲۱) ایک کوہے کی سڑک کی ۱۱۸۰ گز طول کی سلامی اوسکے اوپر ۲۴ فیٹ عرض کی اور نیچے سے ۱۰۰ فیٹ عرض کی اور بیچا بیچ وسط ۹۶ فیٹ بلند کی گئی اور اس سڑک کے گرد سڑک پر مٹی ڈالنی کی لئی کہدائی ۱½ میل لمبی تھی اور ۷۰ فیٹ چوڑی اوسکے اوپر اور ۲۸ فیٹ چوڑی تہہ پر اور بیچا بیچ وسط ۲۳ فیٹ گہری کی گئی ہے تو بتاؤ مٹی کسقدر حجامت مین کہد کر سڑک کے اوپر پڑنے سے بڑہ گئی جواب ۸۵۶۹۵ فی مکعب

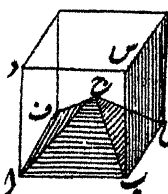
(۲۲) ایک سنگ مرمر کی سل کا وزن فی مکعب فٹ ۸۷½ سیر کے حساب سے ہے اور وہ ۵ فیٹ لمبی اور ۳ فیٹ چوڑی ہے اب ہم اوسکو اندر سے خالی کرکے ایک کہرل ۱۱۲۰ سیر وزن کی بنائی جسکی سب طرف کناروں کا دل ۷ انچہ ہے تو بتاؤ وہ کسقدر گہری ہے جواب ۱۰۹ فٹ

(۶) مخروط مضلع وہ جسم ہے کہ جسکا قاعدہ ایک سطح مستقیمۃ الاضلاع مستوی ہو اور اوسکی سب پہلو کے اطراف ایک راس مشترک پر ختم ہوئے ہوں اب اگر قاعدہ مثلث ہے تو اس جسم کو مخروط مثلثی اور اگر مستطیل ہے تو مخروط مستطیلی اگر مربع ہے تو مخروط مربعی اور علی ہذالقیاس کہینگے اور اون میں ایک مخروط قائم ہوتا ہے دوسرا مائل اوسکا بیان آگے آویگا



ایک مخروط کی حجامت دریافت کرو

قاعدہ



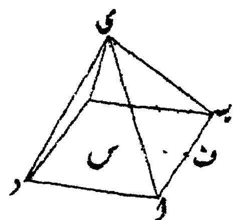
سطح قاعدہ کو ارتفاع عمود کے تہائی میں ضرب دو حاصل ضرب حجامت مخروط ہوگی

فرض کرو دی ایک مکعب ہو اور دب ایک اوسکے چھہ پہلوؤں کے مساوی مربعوں میں سے ہو اور ح مکعب کا مرکز یعنی نقطہ عین وسط میں ہو تو ظاہر ہے کہ اگر اس نقطہ وسط ح اور اطراف کے کونوں ا د ب دی وق میں خطوط مستقیم لائیں تو ایک مخروط مربعی بنجاویگا اور یہہ بھی ظاہر ہے کہ مکعب میں چھہ ایسے مخروط مل کر وہ سب ملکر مکعب کی صورت پیدا کرتے ہیں پس حجامت مخروط کی ایک سدس حجامت مکعب کا ہوگا اور حجامت مکعب کی حاصل ضرب قاعدہ ا ب ی ف اور ارتفاع ب س کا ہے اسلئے حجامت مخروط کی حاصل ضرب اسی قاعدہ اور ارتفاع ب س کے چھٹے حصہ یعنی ایک نصف تہائی ب س کا یا ایک تہائی ارتفاع مخروط کا ہے

علم ہندسہ مین جسطرح ثابت ہوا ہے کہ رقبہ کسی مثلث مستقیمۃ الاضلاع کا حاصلضرب قاعدہ اور نصف ارتفاع عمودی کا ہوتا ہے اسیطرح یہہ بھی ثابت ہوا ہے کہ جسامت مخروط کی حاصلضرب سطح قاعدہ اور تہائی ارتفاع عمودی کا ہے حقیقت مین مخروط کی جسامت ایک تہائی اوس منشور کی ہی جو اوسی قاعدہ پر اوسی ارتفاع کے ساتھہ بنایا جاتا ہے

پہلی مثال قاعدہ مخروط کے کنارے ۶ و ۸ و ۱۰ انچ ہین اور ارتفاع ۵½ انچہ ہے تو اوسکی جسامت کیا ہوگی چونکہ قاعدے کے اضلاع مین نسبت ۳ و ۴ و ۵ کی ہے اسیلئے معلوم ہوتا ہے کہ قاعدہ مثلث قائم الزاویہ ہے اور اسلئے رقبہ اوسکا ½ (۶ × ۸) یا ۲۴ مربع انچ ہے اور جسامت ۲۴ انچہ مربع × ⅓ کا ۵½ یا ۵½ × ⅓ کا ۲۴ = ۴۴ مکعب انچہ

دوسری مثال ایک مخروط مربعی قائم کا ارتفاع قائم اور ارتفاع مائل اور سطح بیرونی دریافت کرو اوسکے قاعدہ کا رقبہ ۳۴۰ مربع انچ ہے اور جسامت اوسکی ایک مکعب فٹ ہے



فرض کرو کہ ب د قاعدہ مخروط = ۳۴۰ مربع انچ کے اور س ی ارتفاع قائم عمود قاعدہ ب د پر ہے اور ی ف ارتفاع مائل خط ا ب پر عمود ہے تو ارتفاع عمودی یون دریافت ہوگا کہ ۳۴۰ × ⅓ س ی = ۱۷۲۸ اسواسطے س ی = ۱۵٫۲۴۷ انچہ اور ارتفاع مائل اسطرح سے معلوم ہوگا کہ √۳۴۰ = ۱۸٫۴ = ا ب یا ا د جسکا نصف = س ف اسسے معلوم ہوا کہ س ی تو ۱۵٫۲۴۷ ہے اور س ف = ۹٫۲ تو وتر ی ف جذر (س ی² + س ف²) کا ۱۷٫۸۱۷۷ یہہ ارتفاع مائل ہے اور سطح بیرونی یون معلوم ہوگی کہ چونکہ رقبہ مثلث ا ی ب کو رقبہ ب د پر زیادہ کرو تو رقبہ سطح بیرونی مخروط کا حاصل ہوگا جبکہ ا ب حاصل ضرب ی ف اور نصف مجموعہ اضلاع قاعدہ ب د کا ہے اسلئے ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ ۱۷٫۸۱۷۷ × ۳۶٫۸ = ۶۵۵٫۶۸ + ۳۴۰ = ۹۹۵٫۶۸ مربع انچ یہہ جواب سطح بیرونی کا ہوا

مثالین مشق کی (۱۶)

(۱) ایک مخروط مربعی کا ارتفاع ۲۷ فیٹ بلند ہے اور ہر یک ضلع قاعدہ کا ۵ فیٹ ۸ انچہ ہے جسامت اوسکی دریافت کرو جواب ۲۸۹ مکعب فیٹ

(۲) ایک مخروط مثلثی کا ارتفاع ۶ انچہ ہے اور اوسکے قاعدہ کا ہر یک ضلع ۳ انچہ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ۷۹۴ء۷ مکعب انچہ

(۳) ایک مخروط مثلثی کا ارتفاع ۳۰ گز ہے اور قاعدہ کے ضلعے ۱۲۵ و ۱۹۵ و ۲۰۰ ہیں بتاؤ جسامت جواب ۷۰۰۰۰

(۴) ایک مخروط مربعی کا ارتفاع عمودی ۴۸ فیٹ ہے اور قاعدہ کا کنارہ ۲۱ فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کے مکعب گز اور اوسکی سطح بیرونی کے مربع گز ہے جواب ۱۵۲ $\frac{4}{9}$ مکعب گز اور ۵۵۲ مربع گز

(۵) ایک مخروط کا ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچہ ہے اور اوسکا قاعدہ ایک ذو اربعۃ الاضلاع ا ب س د ہے ا ب ۴ فیٹ ۲ انچہ ہے اور ب س ۱ فیٹ ۶ انچہ اور س د ۲ فیٹ ۹ انچہ اور د ا ۵ فیٹ اور وتر ا س ۲ فیٹ ۷ انچہ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ۲۲ مکعب فیٹ ۱۱۷ انچہ

(۶) ایک مخروط مستطیلی ۲ $\frac{1}{2}$ گز بلند ہے اور عرض قاعدہ کا ۳ گز ہے اور قطر قاعدہ کا ۹ $\frac{1}{4}$ گز تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہے اور سطح بیرونی کیا جواب ۲۱ $\frac{7}{8}$ مکعب گز ۸۷۷ء۴۴م گز

(۷) قاعدہ ایک مخروط قائم کا ایک مثلث متساوی الاضلاع ہے جسکا ہر یک ضلع ۲۹ ہے اور ارتفاع اوسکا ۱۹ ہے تو بتاؤ اوسکے سطح بیرونی کیا ہے اور جسامت کیا جواب جسامت ۲۳۰۴ء۳۷ سطح ۱۲۶۷ء۳۳۲

(۸) اگر ایک مخروط میں سے ایک سطح مستوی سے متوازی قاعدہ کے نکلکر ایک مخروط جدا کر لیں تو باقی حصہ جو مخروط کا رہیگا اوسکو مخروط ناقص کہتے ہیں مثلاً ا د ی ب مخروط ناقص مخروط س ب ا کا ہے یہہ علم ہندسہ میں ثابت ہوا ہے کہ کل مخروط کے قاعدہ ا ب کے اضلاع میں وہی نسبت ہے جو چھوٹے مخروط کے قاعدہ متوازی د ی کے اضلاع میں نسبت ہے

ا م کو س م سے وہی نسبت ہے جو د ن کو ی ن ہے اور علی ہذا القیاس اب فرض کرو کہ ارتفاع مخروط ناقص د ب کا ۱۰ $\frac{1}{2}$ انچہ ہے اور ب م ۷ انچہ ہے اور ی ن ۴ انچہ ہے ظاہر ہے کہ د ی کے اطراف جسقدر کم ہوتے جاوینگے اس راس کے متصل ہوتی جائینگی جب س پر نوبت پہونچیگی تو وہ اطراف بالکل صفر ہوجاوینگے پس اس بات پر اگر غور کریں تو ہم ارتفاع مخروط کامل کا سطح دریافت کرینگے کہ ۷ انچہ میں سے ۴ انچہ ۱۰ $\frac{1}{2}$ انچہ کے ارتفاع پر کم ہوتے ہیں تو ۷ انچہ میں سے ۷ انچہ کم یعنی صفر کس ارتفاع پر ہوگا اب ۳ انچہ

کم ۱$\frac{1}{2}$ انچہ ہر ہرتیے میں تو انچہ کم ۳$\frac{1}{2}$ انچہ پر ہوگا اور ۷ انچہ کم ۷×۳$\frac{1}{2}$ یعنی ۲۴$\frac{1}{2}$ پر کم ہوگا
پس اسسے معلوم ہوا کہ مخروط کامل کا ارتفاع ۲۴$\frac{1}{2}$ ہے پس اب حساب مخروط ناقص کی جسامت
دریافت کرنیکی حاصل ہوئی کہ کل مخروط کا قاعدہ اور ارتفاع معلوم ہے اور مخروط مقطوعہ کا بھی قاعدہ
اور ارتفاع معلوم ہے ان دونو مخروطوں کی جسامتوں کا فرق جسامت مخروط ناقص کی ہوگی
فرض کرو کہ قاعدہ اب ۴۹ مربع انچ ہے اور دی ۱۶ ہے
۴۹ × $\frac{1}{3}$ × ۲۴$\frac{1}{2}$ = جسامت مخروط کامل کے
۱۶ × $\frac{1}{3}$ × ۱۴ = جسامت مخروط کے جو مخروط ناقص پر زیادہ ہوکر مخروط کامل بناتا ہے
اسکا حاصلتفریق ۳۲۵$\frac{1}{2}$ مکعب انچہ جسامت مخروط ناقص کی ہوئی
لیکن اکثر حساب جسامت مخروط ناقص کا اس قاعدہ سے ہوتا ہے

قاعدہ

دونو سروں کے رقبوں کو جمع کرو اور حاصل جمع پر اون رقبوں کے حاصلضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل کو مخروط ناقص کے ارتفاع کے تہائی میں ضرب دو

طالب علم جو کچھہ جبر مقابلہ سے واقف ہونگے وہ اس قاعدہ کی اصل اسطرح سمجھہ سکتے ہیں کہ فرض کرو کہ سطح بڑے سر کی ط۲ ہے
اور چھوٹے کی ص۲ ہے پس بڑے سر کے ایک ضلع کو چھوٹے سر کے ایک ضلع کے ساتھہ موافق اپنی نظیر کے ایسی نسبت ہوگی جیسی کہ
ط کو ہے ص سے اور ارتفاع مخروط کامل کو بھی مخروط مقطوعہ کے ارتفاع سے اس سبب کہ وہ مشابہ ہیں ایسی ہی نسبت ہے اسواسطے
اگر پہلے مخروط کے ارتفاع کو ع سے اور دوسرے ارتفاع کو ف سے تعبیر کریں تو ص : ط :: ف × ط/ص پس ع - ف
ارتفاع مخروط ناقص کا ف × (ط - ص)/ص اب جسامت مخروط کامل کی $\frac{1}{3}$ ف × ط۳/ص اور مخروط مقطوعہ کی جو مخروط
منقوصہ پر زیادہ ہوکر مخروط کامل بناتا ہے $\frac{1}{3}$ ف × ص۲ اسواسطے حاصل تفریق ان دونوں کا
$\frac{1}{3}$ ف × (ط۳ - ص۳)/ص = $\frac{1}{3}$ ف × (ط - ص)/ص (ط۲ + ص۲ + ط ص) اور یہی قاعدہ ہے جو اوپر بیان ہوا

پہلی مثال ایک مربعی مخروط ناقص کا ۱۰$\frac{1}{2}$ انچہ ارتفاع ہے اور کنارہ بڑے سرے کا ۱۷ انچہ ہے اور چھوٹے کا
۴ انچہ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہے

(۴۹ + ۱۶ + ۲۸) × ½ × ۱۰۱½ = ۳۲۵½ مکعب انچہ اور یہی پہلے جواب نکلا تہا

دوسری مثال ایک سنگ مرمر کا مخروط مثلثی ناقص ہے اور اوسکی ایک سرے کے کنارے ۱۵ اور ۱۲ و ۹ انچہ ہیں اور بڑے سے بڑا کنارہ دوسرے سرے کا ۱۰ انچہ ہے اور ایک مکعب فٹ کا وزن ۸۴ سیر ہے اور اس مخروط کا وزن ۲۸½ سیر ہے تو بتاؤ ارتفاع مخروط ناقص کا کیا ہے

اضلاع چھوٹے سرے کے جنمیں نسبت ۱۵ و ۱۲ و ۹ کی ہے ۱۰ و ۸ و ۶ ہیں اور ہریک سرا ایک مثلث قائم الزاویہ ہے اسواسطے اونکے رقبے ۵۴ اور ۲۴ انچہ مربع ہیں اور جذر اونکے حاصلضرب کا ۳۶ مربع ہے اسواسطے انکے مجموعہ ۱۱۴ کو ⅓ ارتفاع کے انچوں میں ضرب دیجیے اور حاصل کو ۱۷۲۸ اپر تقسیم کرنے سے جسامت فٹوں میں معلوم ہوگی اور ان مکعب فٹوں کو ۸۴ میں ضرب دیں تو وزن حاصل ہوگا یعنی

$$\frac{۳۸ \times ۸۴}{۱۷۲۸} \times \text{ارتفاع} = ۲۸\tfrac{1}{2} \text{ سیر اسواسطے ارتفاع } = \frac{۲۸\frac{1}{2} \times ۱۷۲۸}{۳۸ \times ۸۴} = ۱۵\tfrac{3}{7} \text{ ہے}$$

یہی جواب ہے

مثالیں مشق کی واسطے (۱۷)

(۱) ایک مخروط ناقص مستطیل کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور اوسکے ایک سرے کا طول اور عرض ۳ فیٹ اور ۲½ فیٹ ہے اور دوسرے چھوٹے سرے کا ۱۸ انچہ اور ۶ انچہ جسامت اوسکی دریافت کرو جواب ۱۷ مکعب فٹ ۲۸۸ مکعب انچ

(۲) ایک ناقص مخروط مربعی کے ایک سرے کا ہریک ضلع ½ انچہ ہے اور دوسرے سرے کا ہریک ضلع ¾ انچہ اور ارتفاع ۲ انچہ ہے جسامت اوسکی بتلاؤ جواب $\frac{19}{24}$ مکعب انچ

(۳) ایک مخروط ناقص مثلثی ہے اور اوسکے دونو سرے مثلث متساوی الساقین ہیں اور ایک مثلث کنارے ۶ و ۶ و ۱۰ فیٹ ہیں اور دوسرے مثلث کی ضلعے اس پہلی مثلث کے ضلعوں سے سہ چند ہیں اور ارتفاع مخروط ناقص کا ۲۰ فیٹ تو بتاؤ اوسکے جسامت کے مکعب گز ہے جواب ۴۲ $\frac{1}{3}$

(۴) ایک گاودم لکڑی کا ٹکڑا ۱۸ فیٹ لنبا ہے اور اوسکے دونو سرے متوازی الاضلاع

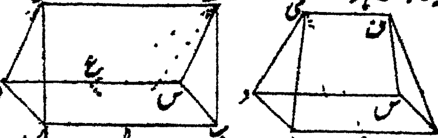
متشابہ کی شکل کے ہین اور اوسکے سر بڑی ۳۲ انچہ سے ۲۰ انچہ ہے اور چھوٹی ۱۰ انچہ سے ۶ ½ انچہ اور وزن فی مکعب فیٹ ۱۹ سیر ہے تو اوسکا وزن منون مین دریافت کرو
جواب ۷ من ۲۴ سیر کچہہ زاید

(۵) ایک برتن کی شکل ایسی ہے جیسے مخروط ناقص مربعی ہوتا ہے تین فیٹ چوڑا اوپر سے اور ۲ فیٹ ۲ انچہ چوڑا نیچے ہے اور ایک فیٹ گہرا ہے اگر وہ آدہا بہرا جاوے تو کے گیلن پانی اوسمین آویگا اور اوسکے اندر کی سطح کیا ہوگی جواب ۲۰٫۹۷۵ گیلن اور ۱۵ ⁵⁄₉ فیٹ

(۶) ایک ناقص مخروط مثمنی ہے اور ۱۵ فیٹ بلند ہے اور بڑے قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۶ فیٹ ۱۰ انچہ ہے اور اوس قاعدہ کے مرکز سے عمود کسی ضلع پر نکالا گیا ۸ فیٹ ۳ انچہ ہے اگر ہر ایک ضلع چھوٹے قاعدہ کا ۲ فیٹ ۹ انچہ ہو تو بتاؤ حجامت مخروط ناقص کی کیا ہوگی جواب ۱۷۶۴ مکعب فیٹ

(۷) ایک مخروط ناقص کی حجامت ۴۲۷ ½ مکعب فیٹ ہے اور اوسکے سرے مثلث متساوی الاضلاع ہین نیچے کے سر کا ضلع ۸ فیٹ ہے اور اوپر کے سرے کا ضلع ۶ فیٹ تو بتاؤ ارتفاع مخروط ناقص کا کیا ہے اور ارتفاع کو کسقدر بڑہاوین کہ مخروط کامل ہوجاوے جواب ۲۰ فیٹ اور ۶ فیٹ زیادہ

(۸) فانہ ایک جسم ہوتا ہے اوسکی شکل ایسی ہوتی ہے جیسے کہ بہنی یا میخ یا فانہ لکڑی چیرتے وقت دیکہا ہوگا اوسکا ایک قاعدہ چوگوشیہ اوراکثر مستطیل اور بعض اوقات کوئی اور



چار ضلعے کی شکل ہوتا ہے اور دو رخ اوسکی ایک کنارہ پر ملتے ہین وہ بہی چوگوشیے ہوتے ہین اور باقی دو رخ مثلث ہوتے ہین اور اونکی راس کنارہ کے انجامون پر ہوتے ہین ہر ایک جسم اف دب فانہ کی شکل ہے اوسمین دب قاعدہ ہے اور ی ف کنارہ ہے جب کنارہ اور قاعدہ کے طول آپسمین برابر ہون تو یہہ جسم ایک منشور مثلثی کی شکل کا ہوگا اور مخروطون ی ا ک اور ف ب ع کے مساوات سے ظاہر ہے کہ منشور مائل ح ف ک ہ برابر منشور قائم اف دب کی حجامت منشور مائل کے برابر ہوئی حاصلضرب رقبہ ادی اور طول دب کے برابر ہے عرض د ک ح ہ ½ ارتفاع قائم منشور × طول ح ہ کے

فرض کرو کہ قاعدہ کا طول ا ب دوسری شکل میں بڑا کنارے ی ت سے بڑا ہو تو مجسم دو حصوں پر تقسیم ہو سکتا ہے
ایک منشور مثلثی ی ت ح س اور ایک مخروط مستطیلی ی ح ح ت اب اگر معلوم ہو کہ ا ب ۱۶ ہے
اور ب س ۲ ۱/۴ ہے اور ی ت ۱۰ ۱/۲ ہے اور ارتفاع ۷ ہے تو جسامت منشور کی
۱/۲ (۷ × ۲ ۱/۴) × ۱۰ ۱/۲ اور جسامت مخروط ۱/۳ (۵ ۱/۲ × ۲ ۱/۴ × ۷) اور مجموعہ انکا یعنی جسامت
جسم کی ۱۱۱٫۵۶۲۵ ہے اب پھر فرض کرو کہ ا ب کم ہو
ی ت سے تو ح ی کو برابر ی ت کے بنا دیں تو جسامت جسم کی
حاصل تفریق جسامت منشور مثلثی ی ت ح س اور مخروط مستطیلی ی ح ح ت کا ہو گا پس اگر ا ب ۱۰ ۱/۲ ہے اور
ب س ۲ ۱/۴ ہے اور ی ت ۱۶ ہے اور ارتفاع ۷ ہے تو جسامت منشور ۱/۲ (۷ × ۲ ۱/۴) × ۱۶
منفی جسامت مخروط ۱/۳ (۵ ۱/۲ × ۲ ۱/۴ × ۷) سے جسامت فانہ کی حاصل ہو گی لیکن اس فانہ کی جسامت
اس قاعدہ سے نہایت آسانی سے دریافت ہوتی ہے کہ کنارہ کے طول کے ساتھہ قاعدہ کے دو چند
طول کو جمع کریں اور حاصل کو تین پر تقسیم کر کے اوسط طول نکالیں اور پھر اس اوسط طول کو
عرض اور ارتفاع کے نصف حاصل ضرب میں ضرب دیں

اگر ارتفاع کو ت سے اور کنارہ کے طول کو ط سے اور قاعدہ کے طول کو ل سے اور قاعدہ کے عرض کو ع سے تعبیر
کریں اور قاعدہ بڑا کنارہ سے ہو تو بموجب اوس بیان کے کہ پہلے اول بیان کیا ہے یہہ حاصل ہو گا کہ جسامت منشور کی
۱/۲ (ت × ع) × ط اور مخروط کی جسامت ۱/۳ (ل − ط) × ع × ت اور مجموعہ انکا = ۱/۳ (ط + ۲ ل) × ۱/۲ ع ت

یہی قاعدہ ہے

اور جب کنارہ قاعدہ سے بڑا ہو تو منشور مائل کی جسامت یہہ ہے ۱/۲ (ت × ع) × ط اور اوس مخروط کے
جو زیادہ کیا جاویگا ۱/۳ (ط − ل) × ع ت اب پہلے میں سے دوسرے کو تفریق کرو تو وہی حاصل ہو گا جو
پہلے حاصل ہوا تھا یعنی ۱/۳ (ط + ۲ ل) × ۱/۲ ع ت

مثال ایک فانہ کا ارتفاع ۷ انچ ہے اور طول اوسکی پشت یا قاعدہ کا ۱۶ انچ ہے اور عرض قاعدہ کا ۲ ۱/۴ انچ ہے
اور طول کنارہ کا ۱۰ ۱/۲ انچ ہے جسامت دریافت کرو ۱/۳ (۱۰ ۱/۲ + ۳۲) × ۱/۲ (۲ ۱/۴ × ۷) = ۱۱۱٫۵۶۲۵ مکعب انچ ہے

مثالین مشق کی واسطی (۱۸)

(۱) ایک مجسم فانہ کا قاعدہ ۲۱ انچہ لنبا اور ۱۱ انچہ چوڑا ہے اور کنارہ ۱۶ انچہ ہے اور ارتفاع ۱۶ ½ انچہ تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ایک مکعب فیٹ کے قریب

(۲) ایک مجسم فانہ کا قاعدہ ۱½ فیٹ سے ۷ انچہ ہے اور کنارہ ۳ فیٹ ۹ انچہ اور بلندی ۱۰ انچہ تو بتاؤ اسکی جسامت کیا ہے جواب ۹۴۵

(۳) قاعدہ ایک فانہ کا ۳، ۶۷، ۰ اسے ۷۵، ۲ ہے اور کنارہ اوسکا ۲۵، ۵ ہے اور ارتفاع ۴½ اوسکی جسامت دریافت کرو جواب ۷۷، ۶، ۵۴

(۴) ارتفاع ایک فانہ کا ۳۳، ۱ انچہ ہے اور اوسکا قاعدہ ۲½ فیٹ سے ۱½ انچہ ہے اور اوسکا کنارہ ½ فٹ ہے تو اوسکی جسامت مکعب انچوں مین کیا ہے جواب ۷۷، ۶، ۵۴

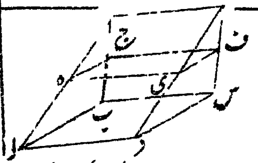
(۵) ایک فانہ کا قاعدہ ذوزنقہ ہے جسکی متوازی اضلاع ۳۴ و ۲۴ ہین اور عرض ۱۴ ہین اور ارتفاع اس جسم کا ۱۵ ہے اور اوسکا کنارہ ۱۷ ہے تو اوسکی جسامت کیا ہے جواب ۲۶۲۵

(۶) لوہے کی سڑک کی کھدائی ہورہی ہے اور اوسکی کھدائی کی صورت ایسی ہے جیسی فانہ کی شکل ہوتی ہے ایکطرف اوسکی مستطیل ۱۵۶ فیٹ لنبا اور ۵۰ فیٹ چوڑا ہے اور وہ عمود ہے قاعدہ ذوزنقہ پر جسکا بڑا ضلع متوازی ۱۰۴ ہے اور عرض اوسکا یا عمق ۱۸ فیٹ ہے تو کھدائی کی مقدار مکعب گزون مین بتلاؤ جواب ۱۶ ۱۲۷

(۷) جسامت ایک فانہ کی ۲۳۸۰ مکعب انچہ ہے اور اوسکا کنارہ ۱۳ انچہ اور قاعدہ اوسکا ۱۹ انچہ سے ۳½ انچہ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو جواب ۸ انچہ

(۸) ایک فانہ کے ہر یک مثلثی سرے کا ارتفاع مائل ۴ فیٹ ۹ انچہ ہے اور قاعدہ ۱۰ فیٹ ۱۰ انچہ کو ۳ فیٹ ۴ انچہ ہے اور کنارہ ۶½ فیٹ ہے تو بتاؤ اوسمین کے مکعب فٹ ہین جواب ۶۴ ¾

(۹) فانہ مین سے ایک چھوٹا فانہ قاعدہ کے سطح متوازی سے جدا کیا جاوے تو جو مجسم جدا اوس جدا کرنے کے باقی رہیگا اوسکو فانہ ناقص کہتے ہین





نیچے کی شکلوں میں دیکھو تو اوسکی صورت
سمجھہ میں آویگی کہ وہ ہ د ب ف کی شکل کا
ہوتا ہے یہہ جسم ظاہر ہے کہ دو قانون سے مرکب ہے دوسری شکل میں اوسکی توضیح موجود ہے ایک کی پشت
یا قاعدہ ب د ہے اور کنارہ د ی ہے اور دوسرے کا قاعدہ ی ح ہے اور کنارہ ب س ہے دونو جسموں کی
جسامت کا مجموعہ جسامت فانہ ناقص کی ہوگی

فرض کرو کہ دوسری شکل میں ا د ۶ ہے اور ا ب ۵ ہے اور ہ ی ۷ $\frac{1}{2}$ ہے اور ح ہ ۳ $\frac{1}{2}$ ہے اور ارتفاع
ہر جسم کا ۴ $\frac{1}{2}$ ہے تو جسامت دونو جسموں کی یہہ ہوگی

ہ د ب ی کی $\frac{1}{3}$ (۷ $\frac{1}{2}$ + ۱۲) × $\frac{1}{2}$ (۵ × ۴ $\frac{1}{2}$) = ۷۳ $\frac{1}{8}$

ہ س ح ی کی $\frac{1}{3}$ (۶ + ۱۵) × $\frac{1}{2}$ (۳ $\frac{1}{2}$ + ۴ $\frac{1}{2}$) = ۵۵ $\frac{1}{8}$

اسواسطے جسامت فانہ ناقص = ۱۲۸ $\frac{1}{4}$

لیکن فانہ ناقص کی پیمایش آسانی سے اس قاعدہ سے دریافت ہوتی ہے کہ

قاعدہ

دونو متوازی سروں کے رقبوں کے مجموعہ پر چوچند رقبہ فصل متوسط کا جو متوازی ان سروں کا ہو زیادہ کرو
اور حاصل جمع کو ارتفاع کے ایک چھٹے حصہ میں ضرب دو اور اس بات کو بھی خوب خیال میں رکھو کہ متوازی
سروں کے طولوں کا نصف مجموعہ تو طول فصل متوسط کا ہے اور اونکے عرضوں کا نصف مجموعہ عرض
فصل متوسط کا ہے

یہہ قاعدہ جبر مقابلہ کے طور پر اسطرح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ دوسری شکل میں فرض کرو کہ ا د = م اور
ہ ی = ع اور ہ ح = ق اور ارتفاع کا نام ت رکھو تو چوچند رقبہ فصل متوسط کا (م + ع) (ن + ق)
یعنی (م + ع) × ن + (م + ع) × ق اسکا نام ہ ا رکھو تو اب جسامت فانہ د ب ی کی
$\frac{1}{6}$ (۲م + ع) × $\frac{1}{2}$ ن ت یا ہ د ب ی = (م + ع) × ن + م ن) × $\frac{1}{6}$ ت
علیٰ ہذا القیاس ہ س ح ی = (م + ع) (ن + ع) ق × $\frac{1}{6}$ ت

اور حاصل جمع انکا (۴ا + م ن + ع ق) × ۱/۶ ف اسکو جملہ حجامت خانہ ناقص کا کہتے ہیں

پہلی مثال ایک خانہ ناقص کے قاعدہ ماتحت کا طول اور عرض ۶ اور ۵ ہے اور قاعدہ بالا کا طول اور عرض ۶ ۱/۲ اور ۳ ۱/۲ ہیں اور ارتفاع ۴ ۱/۲ ہے حجامت کا دریافت کرنا مطلوب ہے

طول یا عرض فصل متوسط کے ۱/۲ (۶ + ۶ ۱/۲) اور ۱/۲ (۵ + ۳ ۱/۲) یعنی چوچند رقبہ اس فصل متوسط کا ۱۳ ۱/۲ × ۸ ۱/۲ = ۱۱۴ ۳/۴ پس اس سے معلوم ہوا کہ (۳۰ + ۲۲ ۳/۴ + ۱۱۴ ۳/۴) × ۱/۶ × ۴ ۱/۲ = ۱۲۸ ۱/۸ اور یہی جواب تھا

دوسری مثال ریل کا پشتہ ۸۲۵ فیٹ لمبا ہے اور سب جگہہ اوپر ۳۲ فیٹ چوڑا ہے ایک کنارہ ۸ فیٹ بلند ہے اور دوسرا کنارہ بتدریج بلند ہوتا ہوا ۱۹ فیٹ ہے اور ان کناروں کے پاس عرض ایک طرف ۶۴ فیٹ اور دوسری طرف ۱۰۸ فیٹ ہے تو بتاؤ اوس پشتہ میں کے مکعب گز ہیں اب یہاں کناروں پر قاعدے ذوزنقہ ہیں جنمیں ہر ایک کے متوازی ضلعے ۱۰۸ اور ۳۲ ہیں اور اونکا عمودی فاصلہ ۱۹ ہے اور دوسرے کے متوازی ضلعے ۶۴ اور ۳۲ ہیں اور اونکا فاصلہ عمودی ۸ ہے اسواسطے فصل متوسط کے متوازی اضلاع ۸۶ اور ۳۲ ہونگے اور عمود ۱۳ ۱/۲

۱/۲ (۱۰۸ + ۳۲) × ۱۹ = ۱۳۳۰ فیٹ کے یہہ رقبہ اونچے سرے کا ہے

۱/۲ (۶۴ + ۳۲) × ۸ = ۳۸۴ نیچے کے سرے کا

(۸۶ + ۳۲) × ۲۷ = ۳۱۸۶ فصل متوسط کا چوچند رقبہ

۱/۶ (۴۹۰۰ × ۸۲۵) مکعب فیٹ = ۲۴۹۵۴ مکعب گز کے اور یہی جواب ہے

مثالیں مشق کی واسطے ۱۹

(۱) ایک برتن خانہ ناقص کی شکل کا ہے اوسکے اوپر طول اور عرض ۱۵ اور ۱۱ انچہ ہے اور نیچے تہ پر ۱۲ اور ۸ اور ۹ انچہ گہرا ہے تو اوسکا ظرف بتلاؤ کہ کیا ہے جواب ۱۰۸۰ مکعب انچہ

(۲) ایک خانہ ناقص کا نیچے کا سرا ایک مستطیل ہے اور ۴۰ انچہ عرض اور ۲۵ انچہ طول ہے اور اوپر کا سرا ایک مربع ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۳۲ انچ ہے اور ارتفاع ۱۵ فیٹ ہے تو اوسکی حجامت کیا ہوگی جواب ۱۱۱۲۵ مکعب فیٹ

(۳) ۱۵ فیٹ بلند ایک چبوترہ ایک ہموار مستطیل زمین پر کہ ۱۰۰ گز طول میں اور ۵۰ گز عرض میں ہے بنانا منظور ہے اور اوسمیں چاروں طرف یکساں سلامی ایسی رکھنی منظور ہے کہ اوپر جاکر ۸۲ ۱/۲ گز عرض اور ۳۱ ۱/۲ طول رہجاے

تو بتاؤ ایسے چبوترہ بنانے مین کتنی مکعب گز مٹی چاہئے جواب ۱۸۶۳۳ گز

(۴) ایک غار ۸۵۸ فیٹ لنبا ہے اور سب جگہہ برابر عرض ۵۰ فیٹ کا ہے تہ پر اور ۱۹ فیٹ گہرا ایک سرے پر ہے
اور بتدریج بڑہتی بڑہتی دوسرے سرے پر ۲۰ فیٹ ہوگیا ہے اور ایک سرے پر اوپر کے طرف چوڑان ۱۰۴ فیٹ اور دوسرے سرے پر
۱۱۰ فیٹ ہے تو بتاؤ کے مکعب گز کہدائی ہے جواب $۴۷۴۱۲\frac{۴}{۹}$

(۵) ایک غار فانہ ناقص کی شکل کا کہودا جاتا ہے ۱۱½ فیٹ گہرا اور اوپر کا سرا ۷۲ فیٹ مربع ہے
نیچے کی تہ اوسکی مستطیل ۶۳ فیٹ سے ۵۲ فیٹ ہے اور اس غار مین سے مٹی نکالکر ایک پشتہ فانہ کی شکل کا بناتے مین
ایکطرف اوسکی مستطیل افقی ہے ۲۷۱ فیٹ طول مین اور ۳۶ فیٹ عرض مین ہے اور قاعدہ اوسکا ذوزنقہ ہے
جسکے متوازی خطوط ۱۳۶ اور ۶۸ فیٹ ہین اور ۸ فیٹ کا عمودی فاصلہ ہے تو بتاؤ اس کہدائی سے
کیا فیصدی مٹی کی جسامت بڑہتی ہے جواب ۷٫۰۶

(۱۰) پہلے ہم فصل پنجم دفعہ ۵ مین ذکر کر آئے ہین کہ سطوح متشابہ مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اوسکے اضلاع نظیرہ
کے مربعون مین سو اسیطرح مجسمات متشابہ مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکے اضلاع نظیرہ کے مکعبون مین
مثلاً دو کندی لکڑی کے متشابہ ہون ایک ۷ انچہ لنبا اور ۵ انچہ چوڑا اور ۴ انچہ موٹا اور دوسرا کندہ ۲۱ انچ طول مین
اور ۱۵ انچہ عرض مین ۱۲ انچہ موٹائی مین تو اسطرح سے بڑی کندی کا ہر بعد چند چہوٹی کندی کے ہر یک بعد سے
ہے تو پہلے کی جسامت کو دوسرے کی جسامت سے وہ نسبت ہوگی جو $۱^۳$ کو ہے $۳^۳$ سے یعنی جو ۱ کو ہے ۲۷ سے
اور یہہ امر ظاہر ہے کہ جسامت چہوٹے کی ۷×۵×۴ اور جسامت بڑے کی ۲۱×۱۵×۱۲ اور اسمین
دوسرا ۳×۳×۳ گنا پہلے سے ہے حاصل اس تمثیل سے یہہ ہے کہ جسمون کی اگر جسامت نکالین تو اون سے
صاف ظاہر ہوجاویگا کہ اونمین نسبت ایسی ہے جیسی کہ اضلاع کے مکعبون مین نسبت ہے
اور علی ہذا القیاس اگر دو متشابہ مخروط ہون جنکے قاعدے مثلث ہون اور ایک مین قاعدہ کے اضلاع ۲۵ و ۳۹
و ۴۰ ہون اور دوسرے مثلث کے اضلاع ۱۲۵ و ۱۹۵ و ۲۰۰ ہون اور ارتفاع پہلے مخروط کا ۱۷ اور دوسرے
کا ۸۵ ہو تو چونکہ دوسرے مخروط مین ضلع پچگنا دوسرے مخروط کے ہر یک ضلع نظیرہ سے ہے تو چہوٹے مخروط
کی جسامت کو بڑی مخروط کی جسامت سے وہ نسبت ہوگی جو $۱^۳$ کو $۵^۳$ سے یعنے جو ۱ کو نسبت ہے ۱۲۵ سے

کہ قاعدون مین وہ نسبت ہی جو اوسکے ضلعون کے مربعون مین یعنی آ کو نسبت ہی دَ سے تو حجامتون
مین یعنی قاعدہ اور تہائی ارتفاع کے حاصل ضربون مین وہ نسبت ہی جو آ کو دَ سے اب ثبوت اسکا یہ ہے
کہ قاعدے ۴۶۸ اور ۱۱۷۰۰ مین جنمین نسبت وہ ہی جو ا کو ہے ۲۵ سے اور حجامتین ۱۵۶×۱۷ اور
۳۹۰۰×۸۵ ہے جنمین نسبت ایسی ہے جیسی کہ ا کو ہے ۱۲۵ سے

پہلی مثال دو متشابہ مخروط ہین جنکی حجامت ۱۶۲ اور ۳۸۴ مکعب انچہ ہی اگر چھوٹے مخروط کا ارتفاع
۴½ ہو تو بڑے مخروط کا کیا ارتفاع ہوگا ۱۶۲ کو ۳۸۴ سے وہ نسبت ہی جو ۴½ کے مکعب کو ہی مکعب ارتفاع
مطلوب سے اور ۱۶۲ کو ۳۸۴ سے وہ نسبت ہی جو (۴½)³ کو ہی (۴½)³ × ۶۴ ÷ ۲۷ یہہ مکعب ارتفاع مطلوب کا ہی
اب جزر الکعب اسکا لیا تو یہہ جملہ حاصل ہوا کہ ۴½ × ۴ ÷ ۳ = ۶ انچہ یہہ ارتفاع مخروط کلان کا ہے

دوسری مثال دو منشور متشابہ ہین اونمین سے ایک کے قاعدہ کا مجموعہ اضلاع ۱۰۰ ہے اور دوسرے کا مجموعہ اضلاع
۱۲۶ ہے اونکی حجامتون کی نسبت دریافت کرو

حجامتون مین وہ نسبت ہی جو ۱۰۰ کے مکعب کو ہی ۱۲۶ کے مکعب سے یا جیسے نسبت ۵۰³ کو ہی ۶۳³ سے ہی یا ایسے
نسبت تقریباً جیسے کہ ا کو ہے ۲ سے

تیسری مثال ایک مخروط ناقص ۱۰½ انچہ بلند اور قاعدہ ماتحت ۷ انچہ مربع ہے اور قاعدہ مافوق ۴ انچہ
مربع ہے اور ایک سطح متوازی قاعدون کے اوسکو دو برابر حصے کرتی ہی تو بتاؤ ہر ایک حصہ کا کیا ارتفاع ہے دفعہ ۷ کو
دیکھو دفعہ ۷ کی شکل کے دیکھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ ۱۴ انچہ ارتفاع مخروط ناقص پر زیادہ کیے جاوین تو مخروط
کامل بنتا ہی اب حجامت مخروط ناقص کی ۳۲۵½ مکعب انچہ ہے تو اوسکا ہر ایک نصف ۱۶۲¾ ہوگا اور
اوپر کے نصف کو مخروط مقطوعہ کے ساتھہ جو حجامت مین ۷۴⅔ انچہ مکعب ہے زیادہ کیا تو ۲۳۷ $\frac{5}{12}$
حاصل ہوئے اور یہہ حجامت اوس مخروط کی ہے جسکا قاعدہ وہ سطح ہی کہ مخروط ناقص کو دو برابر حصون مین
تقسیم کرتی ہے اور جسکا ارتفاع کل مخروط کے ارتفاع کی استعانت سے اسطرح دریافت ہوسکتا ہے
کہ ⅓(۴۹ × ۲۴½) کو ۲۳۷ $\frac{5}{12}$ سے وہ نسبت ہی جو مکعب ۲۴½ کو ہے مکعب ارتفاع مخروط سے
جو نصف مخروط ناقص اور مخروط مقطوعہ سے بنا ہے اب حجامت مین وہ نسبت ہی جو ۴۹ × ۹۸ کو

۲۸۴۹ سے یا ۳/۷ کو ہی ۲۰۳ ½ سے بس نسبت ۷ کو ۳√۲۰۳۵ سے وہ نسبت ہی جو ۲۴ ½ کو ۳√۲۰۳۵

انچہہ ۱۴۶۵۸۷ تو باقی کئی تفریق ۴ سے ایکمین اب کا ہی درمیانی مخروط ارتفاع یہہ ۲۰۶۵۸۷ = ½ ۳ ×

یہہ اوپر کے نصف حصہ مخروط ناقص کا ارتفاع ہی بس باقی ۳۱۳ ۶ ۹ انچہہ نیچے کے نصف حصہ کا ہی

چوتہی مثال تین برتن قائم الزاویہ متشابہ ہین اور ۳ و ۳ ½ و ۴ فیٹ گہرے ہین اور بڑے برتن کا ظرف ۲۳ ۱/۱۶ مکعب فیٹ زیادہ باقی دو برتنون کے نصف مجموعہ ظرف سے ہی تو سب سے چہوٹے برتن کا ظرف دریافت کرو

عمقون مین نسبت ۶ و ۷ و ۸ کی ہی اسواسطے برتنون کے ظرفون مین نسبت ۲۱۶ و ۳۴۳ و ۵۱۲ کی ہی اور بڑے برتن کے ظرف کو باقی دو برتنون کے نصف ظرف سی وہ نسبت ہی جو ۵۱۲ کو ہی ۲۷۹ ½ سے

یا ۱۰۲۴ کو ہے ۵۵۹ سے یعنی ظرف بڑے برتن کا باقی دو برتنون کے نصف ظرف سی بقدر ۴۶۵/۱۰۲۴ حصے ظرف کلان کے زیادہ ہے اور یہہ مقدار ۲۳ ۱/۱۶ مکعب فیٹ ہی پس معلوم ہوا کہ ۴۶۵ : ۱۰۲۴ : : ۲۳ ۱/۱۶ مکعب فیٹ یا ۵۰ ⅘ مکعب فیٹ یہہ بڑے برتن کا ظرف ہی اور ۵۱۲ : ۲۱۶ : : ۵۰ ⅘ مکعب فیٹ : ۲۱ ⅗ مکعب فیٹ یہہ سب سے چہوٹے برتن کا ظرف ہے

پانچوین مثال اگر ایک فانہ آہنی کا وزن ۱۱ ¾ سیر ہو اور اوسکی صیقل کرائی ۶ ۸ پائی ہو تو اوسکے مشابہ فانہ کی جسکا وزن ۱۴ سیر ہے کیا صیقل کرای ہوگی

جن اجسام کی کثافت یکسان ہو تو اونمین وہی نسبت ہوتی ہی جو اونکے وزن مین اسلئے فانہا مذکور کی حجامت مین نسبت ۸۰ اور ۹۸ یا ۸ و ۹۶۸ کی ہوگی پس یہان سے معلوم ہوا کہ اونکے ارتفاعون مین وہ نسبت ہوگی جو جزر الکعب ۸ و ۹۶۸ مین نسبت ہی یعنی جو ۲ کو نسبت ہی ۲۶۱۴ یا ۱ کو ہے ۱۶۰۷ سے اور اونکے سطحون مین وہ نسبت ہے جو اونکے ارتفاع کے مربعون مین اسلئے اونمین نسبت ایسی ہے جیسی ۱ کو ہے ۱۶۱۴۵ کو

پس اسلئے صیقل کرائی ۶ ۸ پائی × ۱۶۱۴۵ = ۷ ۷ ½ پائی کے ہوئی

مثالین مشق کی واسطے (۲۰)

(۱) ایک منشور مستطیلی کا عرض ۱۵ انچ ہے تو اوسکے دو چند منشور کا کیا عرض ہوگا جواب ۱۸۶۹

(۲) ایک سنگ مرمر کی سل ہی اور اوسکا ایک ضلع ۳ فٹ ۸ انچہ ہے اور اوسکے متشابہ دوسری سل ہے

اور اوسکا وتر متناظر ۶ فیٹ ہی تو بتاؤ دوسری سل کا وزن کتنے گنا پہلی سل سی ہوگا

جواب ۵۳ء۵۹ گنا

(۳) ایک منشور کا کنارہ ۵ انچہ ہے اور حجامت منشور کی ۵۲ مکعب انچہ ہی تو اوسکے مشابہ منشور کی حجامت ۲۷ مکعب انچ ہی تو اس منشور کا کنارہ جو پہلے منشور کے کنارہ کے متماثل ہوگیا ہوگا جواب ۱۸۷ء۴ انچہ

(۴) دو مخروط متشابہ ہین اور اونمین نسبت ۱۱ و ۱۱۱ کی ہی اور ایک کا قاعدہ ۷ ½ انچہ ہے تو دوسرے کا قاعدہ کیا ہوگا جواب ۱۶ء۲۰۷ مربع

(۵) ایک خانہ ناقص کا قاعدہ ۲۰۳ فیٹ مربع ہے اور حجامت اوسکی ۱۵ مکعب فیٹ ہے اور ایک خانہ ناقص اوسکا مشابہ ہے اور قاعدہ اوسکا ۴۲م فیٹ ہے اوسکی حجامت دریافت کرو

جواب ۸۷ء۸۹۸۶ مکعب فیٹ

(۶) ایک شہتیر ۴ گز لنبا اور ایک گز چوڑا ہے اور وزن اوسکا ۵۰۰ من ہے اور ایک اور شہتیر اسی لکڑی کا اوسکا متشابہ ہے اور ۱½ فیٹ چوڑا ا فیٹ موٹا ہے تو اوسکا کیا وزن ہوگا جواب ½ ۴۰۷

(۷) ایک مخروط ۱۴ فیٹ ارتفاع کا ہے اوسکو ایک سطح متوازی قاعدہ کے دو برابر حصون مین قطع کرتی ہے تو بتاؤ اوپر کے حصہ مخروطی کا ارتفاع کیا ہوگا جواب ۱۱ء۱۱ فیٹ

(۸) دو کندے لکڑی کے متشابہ ہین اور اونکی قیمت کا حساب مکعب فیٹ سی کیا گیا ہے ایک کی قیمت ۲۲ر۶ پائی اور ایک کندہ کی رنگوائی مین ۳ر۳ پائی اور دوسرے کی رنگوائی مین ۴ر ½ ۱ پائی صرف ہوئی ہین اور رنگوائی فی گز مربع کے حساب سے دونو تختو نمین یکساں ہے تو دوسرے تختے کی قیمت کیا ہوگی جواب ۱۴ آنہ ۱ پائی

(۹) ایک چوکہ سنگ خارا کا سہ چند وزن مین ایک کوئلہ کے پتھر کے چوکہ سے ہی اور یہہ کوئلہ کے پتھر کا چوکہ ۱۷ انچہ لنبا اور ۱۳ انچہ چوڑا اور ۷ انچہ موٹا اور وزن اوسکا فی مکعب فیٹ ۱۵۰ سیر ہے اور سنگ خارا کا ۲۱۰ سیر ہے تو بتاؤ سنگ خارا کے چوکہ کا کیا طول و عرض ہے

جواب ۲۱ء۹۲ و ۱۴ء۷۹ و ۹ء۰۲ انچہ

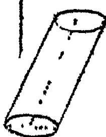
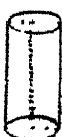
(۱۰) ایک حوض مینہہ کے پانی سے بھرا ہوا ہے اور ۱۲ ½ فیٹ طول مین اور ۹ ½ عرض مین اور

عمق مین اوراس بارش کے پانی کا وزن ۱۳۱ ۱/۴ سیر فی مکعب فیٹ ہے تو بتاؤ کتنا لنبا چوڑا
گہرا حوض اوسی طرح کا بناوین کہ اوسمین سمندر کا پانی اوتنا ہی وزن مین سماوے جتنا پہلے حوض مین
پانی وزن مین تہا اور سمندر کے ۳۵ مکعب فٹ پانی کا وزن ۲۸ من ہے، جواب ۱۶۰۴، ۱۲
۵۲۰، ۴۲، ۹ و ۶۰۶۹۹، ۴ فٹ

(۱۱) ایک لکڑی کی ایسی شکل ہے جیسی مخروط مربعی ناقص کی ہوتی ہے اور وہ ۳۲ انچہ لنبا ہی اور نیچے کے
قاعدہ کلان کا ہر یک ضلع ۳۰ ۱/۲ انچہ ہے اور اوپر کے قاعدہ خورد کا ہر یک ضلع ۱۲ ۱/۲ انچہ ہے
تو پہلی طرف سے کتنا طول مین قطع کرین کہ ایک فٹ مکعب جسم لکڑی کا ہو جواب ۸۷۴۹۹، ۲
(۱۲) ایک مخروط ناقص کے قاعدے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور نیچے کے قاعدہ یا سرے
کا کنارہ ۱۴ فیٹ ہے اور اوپر کے قاعدہ کا ایک کنارہ ۱۰ فیٹ اور ارتفاع مخروط ناقص کا
۱۵ فیٹ ہے ایک سطح متوازی قاعدہ کے مخروط ناقص کے ایسی دو حصے کرتا ہے کہ پہلے حصہ
کو چھوٹے حصے سے ایسی نسبت ہے جیسے کہ ۱۷ کو ہے ۲۷ سے تو بتاؤ ہر یک کا ارتفاع کیا ہوگا
جواب اوپر کے حصہ کا ۲۴۰۰، ۷ فیٹ اور نیچے کا ۷۶۹، ۷ فیٹ
(۱۳) ایک برتن ہے جسکا طول ڈہائی گنا اوسکے عمق سے ہے اور اوسکا عرض ۲/۳ اوسکے
طول کا ہے اور ۵۰۰۰ گیلن اوسمین شراب ہے، تو بتاؤ اوسکا عمق کیا ہے جواب ۵۵۲، ۵ فیٹ

فصل نہم

ایسے مجسمات جو دور یا چکر کرنیسے پیدا ہوتے ہین اجسام مستدیر کہلاتے ہین اس فصل مین اونکا ذکر ہے
(۱) اسطوانہ کی ایسی شکل ہوتی ہے جیسی تم رول یا ڈہول کی شکل دیکھتے ہو اور وہ اسطرح

پیدا ہوتا ہے کہ مستطیل کے ایک ضلع کو قائم رکھکے اوسپر اوس مستطیل کو پورا چکر دین
تو اسطوانہ پیدا ہوویگا اوسکو مشابہت منشور سے ہے فقط اتنا فرق ہے کہ اسطوانہ
مین دونون سرون پر دائرے ہوتے ہین اور منشور مین اشکال مستقیمۃ الاضلاع
یہہ دونو دائرے برابر ہوتے ہین اور متوازی ہوتی ہین اور اونکے محیط گویا مجموعہ اضلاع اسطوانہ

کے گردہ کے ہوتے ہین

خط جو ایک دائرہ کے مرکز سے دوسرے دائرہ کے مرکز مین لایا جاوے اوسکو محور اسطوانہ یا سہم آتا کہتے ہین اور جب یہہ محور عمود قاعدہ پر ہوتا ہے تو اوس صورت مین اسطوانہ کو اسطوانہ قائم کہتے ہین اور اگر عمود نہین ہوتا تو اسطوانہ کو اسطوانہ مائل

اب ہم اسطوانہ کو ایک منشور ایسا سمجہہ لین کہ جسکا قاعدہ ایک ایسی کثیر الاضلاع ہے جسکی ضلعونکی تعداد لاانتہا ہے تو اوسکی جسامت کے لئے وہی قاعدہ ہوگا جو منشور کی جسامت کے معلوم کرنیکا قاعدہ تہا یعنے قاعدہ اسطوانہ کی جسامت دریافت کرنیکا یہہ ہے کہ ایک قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع عمودی مین کہ مابین قاعدونکے ہے ضرب دو حاصل ضرب جسامت ہوگی

انتباہ سطح مستدیر جو اسطوانہ کے گرد حائل ہے اوسکا رقبہ اسطرح دریافت ہوگا کہ مجموعہ اضلاع یعنی محیط قاعدہ کو طول مین ضرب دو

پہلی مثال ایک اسطوانہ مستدیر کی جسامت دریافت کرو جسکا طول ۴ ½ فیٹ ہو اور اوسکے قاعدہ کا قطر ا فیٹ ۹ انچہ

رقبہ قاعدہ کا ۱،۷۵² × ۰،۷۸۵۴ = ۲،۴۰۵۳ اسکو ۴ ½ مین ضرب دو تو حاصل ضرب ۱۰،۸۲۳ مکعب فیٹ جسامت ہوگی

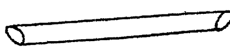
(۲) ایک نل ہے اور اندر سے خالی ہے اور اسطوانہ کے شکل کا ہے اور اندر کی طرف کا قطر اوسکا ۲۲ ½ انچہ ہے اور ضخامت دہات کی ¾ انچہ ہے تو بتاؤ اوسکا وزن کیا ہوگا اگر ایک فیٹ مربع ایک انچ موٹے دہات کا وزن ۳۹ ½ سیر ہو

ظاہر ہے کہ قطر باہر کی طرف ۲ فیٹ ہوگا پس اگر یہہ اسطوانہ یعنی نل ٹہوس ہوتا تو اوسکی ضخامت ۲² × ۰،۷۸۵۴ × ۴ مکعب فیٹ ہوتی لیکن یہان اندر سے وہ خالی بقدر اوس اسطوانہ کے ہے جسکی جسامت = ۱،۸۷۵² × ۰،۷۸۵۴ × ۴ مکعب فیٹ کے ہی دونو کو تفریق کیا تو

(۲² ـ ۱،۸۷۵²) × ۰،۷۸۵۴ × ۴ = ۱،۵۲۱۷ مکعب فیٹ اور ۲۶۴ مکعب انچہ وزن مین

۳۹½ سیر ہے تو ۳۹½ × ۲۱۷٫۰۱ × ۱۲ = ۷٫۲۱۶۲۸ سیر

تیسری مثال ایک حلقہ گول لوہے کی سلاخ کا بنا ہوا ہے اوسکے اندر کے محیط کا قطر ۲ فیٹ ہے اور لوہے کی موٹائی ۶ انچہ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہوگی



فرض کرو کہ اس حلقہ کی سیدہی سلاخ بنائی تو ظاہر ہے کہ اس سلاخ کی جسامت اوس اسطوانہ کی جسامت ہوگی جسکا طول اوسط حلقہ کے اندر اور باہر کے محیطوں کا ہوگا اب اوسط ان محیطوں کا کیا ہے نصف مجموعہ محیطوں کا یعنی ½ (۲+۳) × ۳٫۱۴۱۶ = ۷٫۸۵۴ فیٹ یہہ محور ہوا حلقہ کا یا طول اسطوانہ کا جو اوس حلقہ کے برابر ہے پس (½)² × ۷٫۸۵۴ × ۰٫۷۸۵۴

= ۱٫۵۴۲ مکعب فیٹ یہی جواب ہے

مثالیں مشق کی واسطے (۲۱)

(۱) محور اسطوانہ قائم کا ۱۹ فیٹ اور قطر اوسکے قاعدہ کا ۲½ فیٹ ہے تو اوسکی مرتب اور سطح مستدیر اوسکی دریافت کرو جواب ۹۳٫۰۴۸ مکعب فیٹ ہے اور سطح مستدیر ۳۸۷٫۹۹ فیٹ

(۲) ایک اسطوانہ قائم کا طول ۲۰ فیٹ ہے اور اوسکے قاعدہ کا محیط ۵½ فیٹ ہے جسامت اوسکی دریافت کرو جواب ۴۸٫۱۴۴ مکعب فیٹ

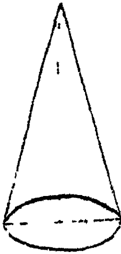
(۳) ایک اسطوانہ کی جسامت اور سطح مستدیر دریافت کرو اوسکے قاعدہ کا قطر ۵٫۲۵ انچہ ہے اور ارتفاع اوسکا ۳۵٫۷ انچہ ہے جواب جسامت ۱۳۴۲٫۵۱ مکعب انچہ اور سطح مستدیر ۳۵۲٫۱۳ انچہ مربع

(۴) ایک ستون بشکل اسطوانہ ہے اور وہ ۱۳¼ فیٹ بلند اور ۴ فیٹ ۸ انچہ محیط میں ہے تو اوسکی جسامت دریافت کرو اور بتاؤ ایسے ۱۴ ستونوں کی سفیدی کرائی میں بحساب ۹ پائی فی گز مربع کے حساب سے کیا لاگت لگیگی جواب ۲۳٫۳۹۶ مکعب فیٹ اور لعہ روپیہ ۹ ۶ پائی

(۵) ایک لوہے کا نل ہے اوسکا قطر بیرونی ۱۲½ انچہ ہے اور لوہا کا دل ⅜ انچہ ہے تو بتاؤ ایسے ایک گز نل میں کسقدر لوہا ہوگا جواب ۱۵۰٫۲۴۱۴ مکعب انچہ

(۶) ایک اسطوانہ قائم ۱۱ ۳/۴ فیٹ طول مین ہے اور ۷۰۱ ۳/۴ مکعب فیٹ حساب مین ہے اوسکی قاعدہ کا قطر
دریافت کرو جواب ۱۴۱ انچہ
(۷) جسامت ایک اسطوانہ قائم کی ۱۰۷٫۵ مکعب فیٹ ہی اور محیط اوسکے قاعدہ کا ۶ ۳/۴ فیٹ ہے
اوسکے محور دریافت کرو جواب ۵٫۰۰۷ فیٹ
(۸) ایک مکعب فیٹ پیتل مین سے گول تار ۱/۴۰ انچہ قطر کا کہیچا گیا ہے تو بتاؤ طول اس تار کا کیا ہوگا
اگر یہہ بات مان لیجاوے کہ اس تار کشی مین مال کچھہ ضایع نہین ہوا جواب ۴۴۴ گز ۲ میل کے قریب
(۹) ایک مکعب فیٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہوتا ہے اور سونا پانی سے ۱۹ گنا زیادہ وزنی ہوتا ہے
تو بتاؤ کسقدر لنبا ایک سونیکا تار جسکا قطر تین ۳ ہزاروان حصہ ایک انچ کا ۲ ایک اونس مین کتنا ہوگا
جواب ۱۶۷۶۹ ۱/۲ فیٹ
(۱۰) ایک اسطوانہ کی شکل کا برتن ۱۸ انچہ عمیق اور ۴۹ انچہ قطر مین ہے تو ایک اور ظرف ۳ فیٹ گہری کا
کیا قطر رکھا جاوے کہ اوسمین پانی دوگنا پہلے برتن سے سماوے جواب ۸۷٫۳۳۷۲ انچہ
(۱۱) تین متشابہ اسطوانے ہین جنکے طول ۳ و ۵ و ۹ ہین اور پہلے اسطوانہ کے قاعدہ کا محیط ۱۷ ۱/۴ انچہ
ہے اور جسامت دوسرے اسطوانہ کی ۹۱٫۷ مکعب فیٹ بہ نسبت اول کے زیادہ ہے تو بتاؤ سطح مستدیر
دوسرے اسطوانہ کی تیسرے اسطوانہ کے سطح مستدیر سے کسقدر زیادہ ہی جواب ۹۵۶ مربع انچ
(۱۲) ایک حلقہ اسطوانہ کی موٹائی ۷۵٫۵ انچہ ہے اور اوسکی جسامت ۱۵٫۰۰ مکعب فیٹ ہی تو بتاؤ اوسکی
اندر اور باہر کے قطر کیا ہین جواب ۸٫۱۳ اور ۵٫۲ انچہ
(۱۳) اگر لوہے کا وزن فی مکعب انچہ ۴ ۱/۲ اونس ہو اور اوسکا ایک نل اسطوانہ کی شکل کا ہو
اور اوسکا سوراخ ۳ ۱/۲ انچہ ہو اور دل لوہے کا ۴/۸ انچہ اور اندر کی سطح مستدیر ۸۶ ۱۱/۱۲ مربع
انچہ بہ نسبت باہر کے سطح مستدیر کے زیادہ ہو تو بتاؤ اوسکا وزن کیا ہوگا جواب ۱ ہنڈرڈویت
(۲) مخروط مستدیر وہ جسم ہے جسکا قاعدہ دائرہ ہو اور وہ اوپر کو گاؤدم اوٹھا ہوا ایک نقطہ پر ختم
ہو جاوے جیسا کہ سرو یا صنوبر ہوتا ہے اس نقطہ کو راس کہتے ہین یہہ جسم پیدا اسطرح سے ہوتا ہے کہ ایک مثلث

قائم الزاویہ کے ایک ضلع عمودی کو قائم رکھکر مثلث کو چکر دیں تو اس چکر سے مخروط مستدیر پیدا ہو جاویگا اور جیسے کہ اسطوانہ کو منشور مضلع سے ایک مناسبت تہی اوسیطرح اس مخروط مستدیر کو مخروط مضلع کے ساتھہ مماثلت ہے اس سبب سے اوسکی جسامت دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ



قاعدہ

رقبۂ قاعدہ کو تہائی ارتفاع میں ضرب دو حاصلضرب جسامت مخروط مستدیر ہوگی

اور مخروط مستدیر ناقص کی جسامت دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے

قاعدہ

دونوں اوپر تلے کے قاعدوں کے رقبوں اور ان رقبوں کے حاصلضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل کو تہائی ارتفاع میں ضرب دو حاصلضرب جسامت مستدیر ناقص کی ہوگی

انتباہ اول قاعدہ دوم کے موافق جب عمل ہو تو مضروب ۷۸۵۴ء کو دو دفعہ کام میں لانے کی ضرورت نہیں ہے توضیح اوسکی مثال دوم سے دیکھو اور سمجھو

انتباہ دوم مخروط مستدیر قائم کی سطح مستدیر حاصل ضرب محیط قاعدہ اور نصف ارتفاع مائل کی ہوتی ہے

پہلی مثال ایک مخروط مستدیر قائم کا قطر ۶۷ انچہ ہے اور ارتفاع ۲۷ انچہ ہے تو اوسکی جسامت اور سطح مستدیر دریافت کرو

رقبۂ قاعدہ = ۶۷^۲ × ۷۸۵۴ء = ۳۵۲۵ء۶۶ مربع انچہ کے اور

جسامت = ۳۵۲۵ء۶۶ × ۹ ÷ ۱۷۲۸ = ۱۸ء۳۶ مکعب فیٹ کے یہہ ایک بات کا جواب ہوا

دوسرے ارتفاع مائل = √(۲۷^۲ + ۳۳ء۵^۲) = ۴۳ء۰۲۶ انچہ کے اور

سطح مستدیر = ½ (۶۷ × ۳ء۱۴۱۶) × ۴۳ء۰۲۶ ÷ ۱۴۴ = ۳۱ء۴۴۶ مربع فٹ کے

دوسری مثال ایک مخروط مستدیر ناقص کے قاعدوں کے قطر ۵۳ اور ۶۷ انچہ ہیں اور اوسکا ارتفاع ۱۲ انچہ ہے اول جسامت اوسکی دریافت کرو

(۵۳^۲ + ۶۷^۲ + ۶۷ × ۵۳) × ۷۸۵۴ × ۱۲ انچ ÷ ۱۷۲۸ = ۹۸۶ مکعب فٹ یہی جواب ہے

مثالیں مشق کی واسطے (۲۲)

(۱) ایک مخروط مستدیر کی جسامت اور اوسکی سطح مستدیر بتاؤ قطر اوسکی قاعدہ کا ۲½ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۲ فیٹ جواب ۱۹٫۶۳۵ مکعب فیٹ جسامت اور ۴۷٫۳۷۹ مربع فیٹ

(۲) ایک مخروط مستدیر قائم کی جسامت دریافت کرو محیط قاعدہ کا ۲ فیٹ ۳ انچہ ہے اور ارتفاع مائل ۸ فیٹ ۴ انچہ ہے جواب ۱٫۱۸ مکعب فیٹ

(۳) ایک مخروط مستدیر ناقص کی جسامت بتاؤ اوسکے اوپر کے قاعدہ کا قطر ۱ فٹ ہے اور نیچے کے قاعدہ کا ۲ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے جواب ۱۸٫۳۲۶ فیٹ مکعب

(۴) ایک مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع ۱۷ انچہ ہے اور اوسکا قاعدہ ۷۷ انچہ محیط میں ہے، تو بتاؤ اوسکی جسامت اور سطح مستدیر کیا ہے جواب جسامت ۲۶۷۳٫۹۲ مکعب انچہ اور رقبہ سطح مستدیر ۸۰۶٫۸۳

(۵) ایک ظرف مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور اوسکی اوپر کا قطر ۶۲ انچہ ہے اور تہ کا قطر ۴۶ انچہ اور ۶۰ انچہ عمیق ہے تو بتاؤ کے گیلن اوسمیں شراب آویگی جواب ۴۹۹٫۲۱

(۶) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بتاؤ جسکی جسامت ۳۰۱٫۸۷ مکعب فیٹ ہے اور ارتفاع ۹٫۲۴۷۷ فیٹ ہے جواب ۲۵ فیٹ

(۷) ایک مخروط مستدیر ۵ فیٹ بلند کی جسامت ۲۹½ مکعب فیٹ ہے تو اوسکی مشابہ مخروط مستدیر ۷½ فیٹ بلند کی جسامت دریافت کرو جواب ۹۹٫۵۶۲۵ مکعب فیٹ

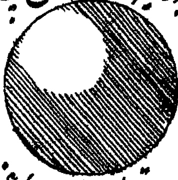
(۸) ایک مخروط مستدیر کے قاعدہ کا قطر ۱۰ ہے اور وہ ایک سطح سے جو قاعدہ کے متوازی ہے دو برابر حصوں میں تقسیم ہوا ہے تو قطر سطح قاطع کا بتلاؤ جواب ۷٫۹۳۷

(۹) ایک گلاس مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور اوسکے اوپر نیچے کے قطر ۴ و ۳ انچہ ہیں اور ۴ انچہ گہرا ہے اور وہ پانی سے بہرا ہوا رکھا ہے اوسمیں سے ایک شخص نے اسقدر پانی پیا جسقدر کہ بچے ہوئے پانی کے ۵/۱۱ حصے ہیں تو بتاؤ پانی کسقدر باقی رہا جواب ۰٫۸۵ انیٹ

(۱۰) ایک گلاس مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور ۵ انچہ گہرا ہے اور اوپر اور نیچے کے قطر ۴ اور ۳ ہیں اور اوسمیں پانی بہرا ہے تین آدمیوں نے اوسمیں سے پانی برابر پیا تو بتاؤ ہر ایک نے کتنا گہرا پانی پیا

جواب اول نے ۸ء۳۲۶۱ دوم نے ۱۸ء۱۶۶۱ اور سیوم نے ۴ء۲۶۰ انچہ

(۳) کرہ ایک گول مجسم ہوتا ہے جیسے گیند اور گولی اور اوسکے اندر ایک نقطہ ہوتا ہے جسے تمام نقطے کرہ کے سطح مستدیر برابر فاصلہ پر ہوتے ہین اور اس نقطے کو مرکز کرہ کہتے ہین وہ پیدا اسطرح ہوتا ہے کہ نصف دائرہ کے قطر کو قائم رکھکر اوسپر نصف دائرہ کو پورا چکر دو تو اس حرکت سے کرہ پیدا ہوجاویگا یہہ کرہ دو تہائی اوس اسطوانہ کا ہوتا ہے جو اوسکے اوپر بنایا جاے



دائرہ عظیمہ وہ دائرہ ہے جسکا مرکز وہی ہو جو کرہ کا مرکز ہو

یہہ ہندسہ مین ثابت ہوا ہے کہ سطح مستدیر کرہ کی برابر ہوتی ہے حاصلضرب قطر اور محیط دائرہ عظیم کے یعنی برابر ہوتی ہے قطر کے مربع اور ۱۶ء۱۴۱۶ء۳ کے حاصلضرب کے پس اسطرح سے سطح مستدیر کرہ کی برابر ہوئی سطح مستدیر اسطوانہ کی جو کرہ کے اوپر بنایا جاوے

کرہ کو یون سمجھو کہ وہ لاانتہا مضلع مخروطون سے مرکب ہوا ہے ان مخروطون کے قاعدے تو ملکر سطح مستدیر کرہ کی بناتے ہین اور ارتفاع ہر ایک کا نصف قطر کرہ کا ہے اور جسامت ہر ایک مخروط کی حاصلضرب رقبہ قاعدے اور تہائی ارتفاع کی ہے پس اسسے معلوم ہوا کہ جسامت کرہ کی گیا ہے سطح مستدیر کو نصف قطر کی تہائی مین یا قطر کی چھٹے حصے مین ضرب دو اور پہلے بیان کر آئے ہین کہ سطح مستدیر کرہ کی حاصلضرب قطر کے مربع اور ۱۶ء۱۴۱۶ء۳ کا ہے پس اسسے یہہ نتیجہ نکلتا ہے کہ جسامت کرہ کی حاصلضرب قطر کے چھٹے حصہ اور قطر کے مربع اور ۱۶ء۱۴۱۶ء۳ کا ہے تو اسسے یہہ قاعدہ جسامت کرہ کے دریافت کرنیکا مستنبط ہوا کہ

قاعدہ

قطر کے مکعب کو ۱۶ء۱۴۱۶ء۳ کے چھٹے حصے یعنی ۵۲۳۶ء مین ضرب دو حاصلضرب جسامت کرہ کی ہوگی

انتباہ جہان بڑی مضروب کو ۵۲۳۶ء مین ضرب دینی پڑے تو اوسکے یہہ اجزاء ضربی کرو ۴۶ء۱۲ + ۰۰ء۳۶ء اور انمین ضرب دیدو دوسرا پہلے سے سہ چند ہے اور تیسرا دوسرے سے سہ چند ہے

پہلی مثال ایک کرہ کا قطر ۱۵ء۹ انچہ ہے اوسکی جسامت دریافت کرو —

۹۴۴،۰۷۶ = ۹̄،۸۱

۵۲۳۶،

۳۷۷۶۳۰۴ = چوگنے

۱۱۳۲۸۹۱۲ = ۴ گنا × ۳

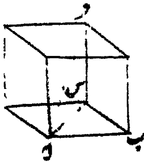
۳۳۹۸۶۷۳۶ = ۱۲ گنا × ۳

۴۹۴،۳۱۸۱۹۳۶ مکعب انچہ یہہ جسامت ہے

دوسری مثال ایک کرہ کی جسامت ۶۷۶۰۱، مکعب انچہ ہے تو اوسکا قطر کیا ہوگا

مکعب قطر کا = ۶۱۶۰۱ ÷ ۵۲۳۶، = ۷۴۴۹ ۱۱۱ اور جذر الکعب اسکا ۹۴ ہے یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک کرہ مین مکعب بنایا گیا ہے اور اوسکا کنارہ



۱۱ فیٹ ہے تو قطر اور سطح مستدیر کرہ دریافت کرو $\overline{\text{اب}}$ اور ب اس

مین سے ہر یک ۱۱ فیٹ ہے اب² + ب س² = ۲۴۲ اور د س² + س ذ²

= ۳۶۳ = د ذ² یہہ مربع قطر مکعب کا ہے اور جو قطر مکعب کا ہے وہی قطر کرہ کا ہے اسلئے

سطح مستدیر کرہ کی = ۳۶۳ × ۳،۱۴۱۵۹۲۶ = ۱۱۴۰،۳۹۸ مربع فیٹ کے

یہہ ایک جواب ہوا اور $\sqrt{۳۶۳}$ = ۱۹،۰۵۲۵ فیٹ یہہ قطر کرہ ہے یہہ دوسری بات کا جواب ہے

مثالین مشق کی واسطے ۲۶

(۱) ایک کرہ کا قطر ۲۰،۷ ہے اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ۴۶۴۴،۴

(۲) ایک کرہ کا نصف قطر ۷۷ ½۱ انچہ ہے اوسکی جسامت بتلاوکے مکعب گز ہے

جواب ۸،۲۰۵ مکعب گز

(۳) ایک کرہ کا محیط ۵۴ فیٹ ہے اوسکی سطح مستدیر اور جسامت کیا ہوگی

جواب سطح مستدیر ۹۲۸،۱۹۲ مربع فیٹ اور جسامت ۲۶۵۹،۰۶ مکعب فیٹ

(۴) جس کرہ کی جسامت ۴۹۲۷ ¾ مکعب گز ہے تو اوسکی جسامت کیا ہوگی

جواب ۲۱،۱۱۳ گز

(۵) ایک کرہ کی سطح مستدیر ۱۰۰۰ مربع انچ ہے اوسکا قطر دریافت کرو جواب ۱۷،۸۴۱ انچہ

(۶) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکی حجامت ۵ تہائی اوس مکعب کی ہو جسکا ایک کنارہ ۱۸ انچہ ہے جواب ۲۶٫۴۷۸ انچہ

(۷) ایک کٹورہ نصف کرہ کی شکل کا ہے اور اوسکا قطر ۱۲٫۰۱۴۳ انچہ ہے اوسمین کے گیلن پانی آویگا جواب ۳

(۸) ایک کٹورہ مین ۲ کوارٹر ۱½ پینٹ پانی آتا ہے تو اوسکا قطر کیا ہوگا۔ جواب ۹ انچہ کے قریب

(۹) ایک گولہ اندر سے خالی ہے اور اوسکے محیط اندرونی اور بیرونی کے قطر ۸ اور ۱۰ انچہ ہین تو بتاؤ حجامت اوس گولے کی جواب ۷۹٫۱۴۱ مکعب فیٹ

(۱۰) ۱½ مکعب انچ ہاتی دانت ہے تو اوسکی گولی بنانےمین کم سے کم کتنا وزن ہاتی دانت خراب جاویگا اور یہہ یاد رہے کہ ۹۱۲ ½ چہٹانک کا وزن ایک مکعب فیٹ ہاتی دانت مین ہوتا ہے جواب ۸۴۹ء چہٹانک

(۱۱) توپ کے ۱۲ پونڈ گولہ کا قطر ۴٫۳۶۸ ہے تو ۳۲ پونڈ کا قطر کیا ہوگا۔ جواب ۶٫۰۵۷ انچہ

(۱۲) اگر ۳۲ سیر گولہ کا قطر ۶٫۰۵۷ انچہ ہے تو اوس گولہ کا کیا وزن ہوگا جسکا قطر ۳٫۹۷ انچہ ہے جواب ۹ سیر

(۱۳) ایک توپ ہے اوسکے اندر ۱۲ سیر کا گولہ جاتا ہے اور اوس توپ کے منہہ کا قطر ½ انچہ گولہ کے قطر سے زیادہ ہے تو بتاؤ اوس توپ کی منہہ کا قطر کیا ہے اور یہہ تمکو معلوم ہے کہ ۴ ⅕ سیر ایک انچہ مکعب لوہے کا وزن ہوتا ہے جواب ۵٫۷۵۳ انچ

(۱۴) ایک گولی ہاتی دانت کی ۴ انچہ قطر کی ہے اوسمین سے اگر ایک مکعب بناوین تو کم سے کم کسقدر ہاتی دانت ضایع جاویگا جواب ۲۱٫۱۹۳۵

(۱۵) ایک دہات کا گولہ ۴۸۱ ½ سیر وزن مین ہے ۸۰۰ مربع انچ سونے کے ورق روز چڑہائے جاتے ہین اوسی دہات کا گولہ ایک اور ہے جسکا وزن ۳۳۸ ⅓ سیر ہے تو بتاؤ کسقدر سونے کے ورق چڑہائے اوسپر جاوینگے جواب ۱۲۵ ½ انچہ مربع

تمت تمام شد

MANUAL OF

ARITHMETIC

BY

THE REV. JOSEPH A. GALBRAITH, M. A.

FELLOW OF TRINITY COLLEGE,

AND ERASMUS SMITH'S PROFESSOR OF NATURAL AND EXPERIMENTAL PHILOSOPHY IN THE UNIVERSITY OF DUBLIN

TRANSLATED INTO URDU,

BY

MUNSHI MAHAMMAD ZAKA UL-LAH,

HEAD MASTER, NORMAL SCHOOL DEHLI

IN FURTHERANCE OF THE OBJECTS OF THE SCIENTIFIC SOCIETIES OF ALLYGURH AND SUBA BEHAR

رساله علم حساب

مولفه

ریورنڈ جوزف اے گال بریتھ صاحب ام اے

فلو آف ٹرینیٹي کالج و پروفسر نیچرل اور اکسپریمنٹل فلاسفي

یوني ورسٹي مقام ڈبلن

جسکو

منشي محمد ذکاءالله صاحب هیڈ ماسٹر نارمل اسکول دهلي

نے

بتائید مقاصد

سین ٹیفک سوسیٹي علیگڈه و سین ٹیفک سوسیٹي صوبه بهار

اردو میں ترجمه کیا

اور

بمقام دهلي مطبع مرتضوي میں باهتمام حاجي محمد عزیزالدین

کے مطبوع هوا

سنه ۱۸۷۱ ع

کتابیں مفصلہ ذیل موجود ہیں جس کسی کو خریدنا منظور ہو الہ آباد میں کریمی پریس میں درخواست بھیجدے

نمبر	نام کتاب	قیمت فی جلد	محصول
۱	منتہی الحساب حصہ اول	۸ر	۲ر
۲	حصہ دوم	۸ر	۲ر
۳	حصہ سوم	۵ر	۱ر
۴	گلبرتھ ہاٹن کا رسالہ حساب	۱۲ر	۳ر
۵	برناڈ سمتھ کی حساب کی کتاب	۱۲ر	۴ر
۶	گلبرتھ ہاٹن کا جبر مقابلہ	۸ر	۲ر
۷	ٹوڈہنٹر کا چھوٹا جبر مقابلہ	۱۲ر	۳ر
۸	″ بڑا جبر مقابلہ	عصر ۸ر	۵ر
۹	ٹوڈہنٹر کا رسالہ معادلات	۱عصر	۳ر
۱۰	برناڈ سمتھ کا جبر مقابلہ	عصر ۴ر	۳ر
۱۱	رسالہ جذر زیادتی و کمی ماسٹر محمد نذیر	۱عصر	۲ر
۱۲	رسالہ مساحت جان ہنٹر	۴ر	۱ر
۱۳	رسالہ مساحت ٹوڈہنٹر	۱۲ر	۳ر
۱۴	پوٹ تحریر اقلیدس کے اول چار مقالے	۱۲ر	۳ر
۱۵	″ آخر چار مقالے	۱۲ر	۳ر
۱۶	گلبرتھ ہاٹن چار مقالے	۸ر	۲ر
۱۷	نتائج اقلیدس مقالہ اول و دوم	۸ر	۲ر
۱۸	ہاٹن گلبرتھ کا علم مثلث	۱۲ر	۱ر
۱۹	ٹوڈہنٹر کا علم مثلث	۱عصر	۲ر
۲۰	″ بڑا علم مثلث	عصر ۴ر	۳ر
۲۱	علم مثلث کروی	۱۲ر	۲ر
۲۲	حل سوالات علم مثلث	۴ر	۱ر
۲۳	ٹوڈہنٹر کا علم حساب الجزئیات	عصر ۸ر	۳ر
۲۴	″ علم حساب الکلیات	عصر ۸ر	۳ر
۲۵	″ رسالہ ہندسہ بالجبر	عصر ۸ر	۳ر
۲۶	ماسٹر پیارے محمد نذیر کا علم حساب الجزئیات	۱عصر	۱ر

کتابیں جو معرض انطباع میں ہیں

نمبر	نام کتاب	قیمت فی جلد	محصول
۲۷	شرح ٹوڈہنٹر کے چھوٹے جبر مقابلہ کے	۸ر	۲ر
۲۸	سوالات مساحت	۴ر	۱ر
۲۹	زبانی حساب	۴ر	۱ر
۳۰	نتائج اقلیدس مقالہ پنجم و ششم وغیرہ	عصر	۳ر
۳۱	نتائج اقلیدس مقالہ سوم و چہارم	۹ر	۳ر